

授業で扱う問題一覧

[717NEXT 数学A 応用例題9]

赤玉2個と白玉4個が入った袋から、3個の玉を同時に取り出し、出た赤玉1個につき1000円もらえるゲームがある。このゲームの参加料が1200円であるとき、このゲームに参加することは得であるといえるか。

解答 得であるとはいえない。

解説

出る赤玉の個数は0, 1, 2のいずれかである。

$$\text{赤玉が0個である確率は } \frac{{}_4C_3}{{}_6C_3} = \frac{4}{20}$$

$$\text{赤玉が1個である確率は } \frac{{}_2C_1 \times {}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{12}{20}$$

$$\text{赤玉が2個である確率は } \frac{{}_2C_2 \times {}_4C_1}{{}_6C_3} = \frac{4}{20}$$

よって、得られる金額とその確率は右の表のようになるから、得られる金額の期待値は

$$0 \times \frac{4}{20} + 1000 \times \frac{12}{20} + 2000 \times \frac{4}{20} = 1000$$

したがって、得られる金額の期待値がゲームの参加料1200円より小さいから、このゲームに参加するのは得であるとはいえない。

金額	0	1000	2000	計
確率	$\frac{4}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{4}{20}$	1

[CONNECT数学A 問題147]

A, B 2人の試合において、先に3勝した方に賞金400円が与えられる。ところが、Aが2勝、Bが1勝したところで、以後の試合を中止した。そこで、試合を続行するとしたときの、A, Bそれぞれの得る賞金額の期待値を分配することにした。賞金をどのように分配すればよいか。ただし、A, Bの勝つ確率はいずれも $\frac{1}{2}$ とする。

解答 Aに300円、Bに100円を分配すればよい

解説

4試合目以降を続行した場合、Aが勝つ確率は、以後の試合経過によって、次のような場合に分けられる。

[1] 4試合目に勝つ

$$\text{この場合が起こる確率は } \frac{1}{2}$$

[2] 4試合目に負け、5試合目に勝つ

$$\text{この場合が起こる確率は } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

[1], [2]は互いに排反であるから、Aが勝つ確率は $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$$\text{よって、Bが勝つ確率は } 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

したがって、A, Bが得る賞金額とその確率について、次のような表ができる。

Aの賞金	400	0	計	Bの賞金	400	0	計
確率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1

$$\text{ゆえに、Aが得る賞金額の期待値は } 400 \times \frac{3}{4} + 0 \times \frac{1}{4} = 300 \text{ (円)}$$

$$\text{Bが得る賞金額の期待値は } 400 \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{3}{4} = 100 \text{ (円)}$$

よって、Aに300円、Bに100円を分配すればよい。

参考 400円を2人で配分するから、Aの得る賞金額の期待値が300円するとき、Bの得る賞金額の期待値は $400 - 300 = 100$ (円)となる。