開 平 算 と 開 立 算

－面積と筆算による簡易計算法

早　苗　雅　史

筆算でルートの値を求めることを“開平算（開平法）”といいます。以前は中学校でも教えてくれる先生がいましたが，最近はあまりそういう話も聞きませんね。知っておくと，案外便利なこともあります。

1　開平算

いま $\sqrt{1234}$ の値を求めてみましょう。$x_0 = 1234$ とおきます。

$$10^2 < x_0 < 10^4 \qquad \therefore 10 < \sqrt{x_0} < 10^2$$

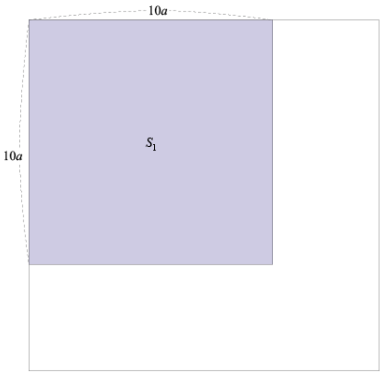
よって $\sqrt{x_0}$ は整数部分が 2 桁であることがわかります。

① $(10a)^2 < x_0$ となる最大の a の値を求める。

$$100a^2 < 1234 \qquad \therefore a = 3$$

$$x_1 = x_0 - (10a)^2 = 1234 - 900 = 334$$

これを図示したのが左図で，開平算を筆算で行なうときの簡易計算法が右図です。



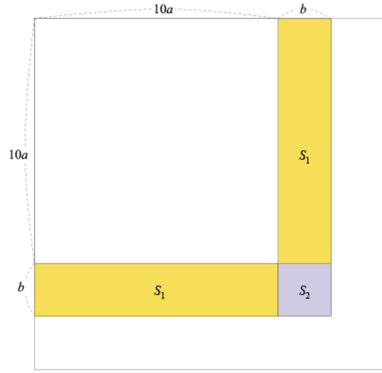
$S_1 = (10a)^2$

$$\begin{array}{r} 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ \sqrt{1234} \\ 900 \\ \hline 334 \end{array}$$

② $2 \times 10a \times b + b^2 < x_1$ となる最大の b の値を求める。

$$2 \times 30 \times b + b^2 = b(60 + b) < 334 \qquad \therefore b = 5$$

$$x_2 = x_1 - b(60 + b) = 334 - 325 = 9$$



$S_1 = 10a \times b$

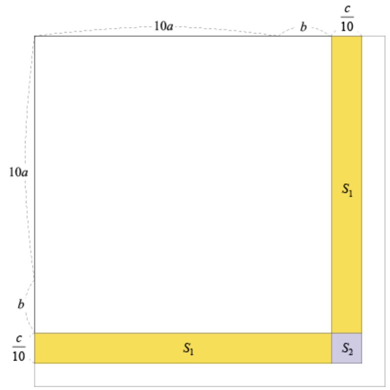
$S_2 = b^2$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 65 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\ \ 5 \\ \sqrt{1234} \\ 900 \\ \hline 334 \\ 325 \\ \hline 9 \end{array}$$

③ $2 \times (10a + b) \times \left(\dfrac{c}{10}\right) + \left(\dfrac{c}{10}\right)^2 < x_2$ となる最大の c の値を求める。

$$2 \times 35 \times \left(\frac{c}{10}\right) + \left(\frac{c}{10}\right)^2 = \frac{c}{100}(700 + c) < 9 \qquad \therefore c = 1$$

$$x_3 = x_2 - \frac{c}{100}(700 + c) = 9 - 7.01 = 1.99$$



$S_1 = (10a + b) \times \left(\dfrac{c}{10}\right)$

$S_2 = \left(\dfrac{c}{10}\right)^2$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 65 \\ 65 \\ \hline 701 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\ \ 5.\ \ 1 \\ \sqrt{1234} \\ 900 \\ \hline 334 \\ 325 \\ \hline 900 \\ 701 \\ \hline 199 \end{array}$$

①②③より $\sqrt{1234} \doteqdot 35.1$ となります。同じ操作を何度も続けていけば，更に精度の高い値を求めることができます。

2　開立算

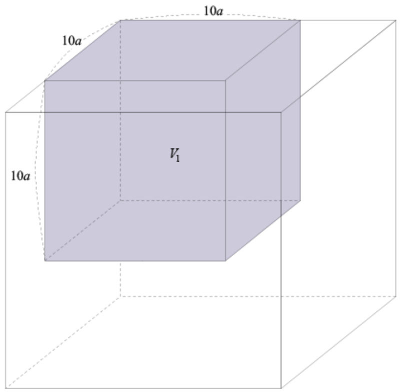
同じ要領で 3 乗根の値を求めてみましょう。一般に“開立算”と呼ばれています。開立算の簡易計算法は，開平算のように，簡単には記述できないので，必要な計算は別に行なった方がよいでしょう。

それでは例として $\sqrt[3]{12345}$ の値を求めてみましょう。$x_0 = 12345$ とおくと，$10^3 < x_0 < 10^6$ より整数部分が 2 桁であることがわかります。

① $(10a)^3 < x_0$ となる最大の a の値を求める。

$$1000a^3 < 12345 \qquad \therefore a = 2$$

$$x_1 = x_0 - (10a)^3 = 12345 - 8000 = 4345$$



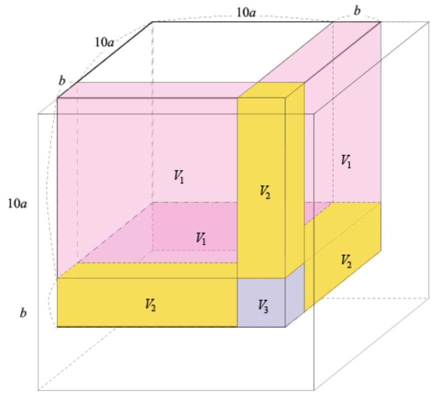
$V_1 = (10a)^3$

```
   2
3√1 2 3 4 5
  8
  4 3 4 5
```

② $3\times(10a)^2\times b + 3\times(10a)\times b^2 + b^3 < x_1$ となる最大の b の値を求める。

$$3\times 400\times b + 3\times 20\times b^2 + b^3 = b(1200 + 60b + b^2) < 4345 \qquad \therefore b = 3$$

$$x_2 = x_1 - b(1200 + 60b + b^2) = 4345 - 3\times(1200 + 180 + 9) = 178$$



$V_1 = (10a)^2 \times b$

$V_2 = (10a)\times b^2$

$V_3 = b^3$

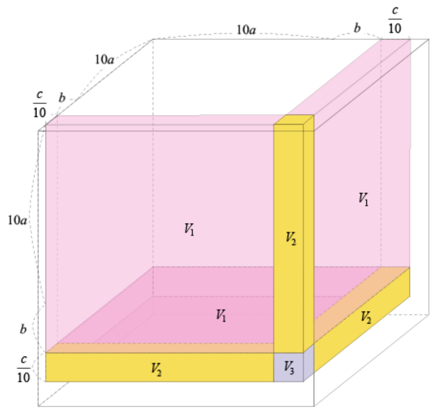
```
   2   3
3√1 2 3 4 5
  8
  4 3 4 5
  4 1 6 7
    1 7 8
```

③ $3\times(10a+b)^2\times\left(\dfrac{c}{10}\right) + 3\times(10a+b)\times\left(\dfrac{c}{10}\right)^2 + \left(\dfrac{c}{10}\right)^3 < x_2$ となる最大の c の値を求める。

$$3\times 23^2\times\left(\frac{c}{10}\right) + 3\times 23\times\left(\frac{c}{10}\right)^2 + \left(\frac{c}{10}\right)^3 = \frac{c}{1000}(158700 + 690c + c^2) < 178$$

$$\therefore c = 1$$

$$x_3 = x_2 - \frac{c}{1000}(158700 + 690c + c^2) = 178 - 159.391 = 18.609$$



$V_1 = (10a+b)^2 \times \dfrac{c}{10}$

$V_2 = (10a+b)\times\left(\dfrac{c}{10}\right)^2$

$V_3 = \left(\dfrac{c}{10}\right)^3$

```
   2   3.   1
3√1 2 3 4 5
  8
  4 3 4 5
  4 1 6 7
    1 7 8 0 0 0
    1 5 9 3 9 1
      1 8 6 0 9
```

①②③より $\sqrt[3]{12345} \doteqdot 23.1$ となります。