

教科「情報」における数学

札幌新川高校 早苗雅史

1

はじめに

- 「情報」事前アンケート結果より
 - 中学校の普通教科では情報教育は皆無
 - 「技術・家庭」でもワープロ、ペイント、インターネットが主流
 - パソコン所有率92%、ネット接続8割以上
 - 個人での利用 主流はネット閲覧とメール
 - 携帯はほとんど所持、高機能
- レポートの内容
 - 情報C(A)に見る数学 (Bはほとんど理数)

「情報」には数学的要素が盛り沢山

- 「情報」は幅広い分野の集合体
= 豊富な知識(&スキル)が必要

ネットワーク、システム設計
アルゴリズム、プログラミング
モデル化、データベース
図形と画像の処理、コンピュータデザイン
マルチメディア
情報モラル ……

3

「情報C」における具体例

- 情報のデジタル化のしくみ 数値の表現
- 情報量の計算
- 情報のデジタル化のしくみ 音の表現
- 情報のデジタル化のしくみ 音の表現
- 伝送媒体と伝送速度
- 暗号
- データの圧縮
- 情報の分析
- その他

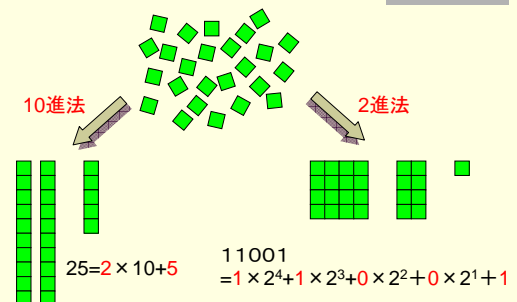
4

デジタル化のしくみ 数値の表現

- ◆ 10進数で表された数値43を2進数で表すとどうなるか。
- ◆ 2進数で表された数値110111を10進数で表すとどうなるか。
- ◆ 16進数で表された数値BAを10進数で表すとどうなるか。
- ◆ 0.000000453を浮動小数点表示せよ。また化数部と指数部をいえ。

5

(参考) 2進法のしくみ



6

(参考) 2進法と10進法の変換①

■ 10進法から2進法への変換

$$25_{(10)} = 11001_{(2)}$$

$$31_{(10)} = 11111_{(2)}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 25} \\ \underline{20} \\ 5 \\ \underline{4} \\ 1 \\ \underline{2} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \dots 1 \\ \underline{10} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \dots 0 \\ \underline{4} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3} \dots 0 \\ \underline{2} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \dots 1 \end{array}$$

TIPPS教材

7

(参考) 2進法と10進法の変換②

- 2進法から10進法への変換

$$1011_{(2)}$$

$$= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1$$

$$= 8 + 2 + 1$$

$$= 11_{(10)}$$
- 16進法から10進法への変換

$$3B_{(16)}$$

$$= 3 \times 16 + 11$$

$$= 48 + 11$$

$$= 59_{(10)}$$

10進数	16進数
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F

(参考) コンピュータは2進数を扱う

- コンピュータは2進数を扱う
情報のデジタル化
- 0と1だけで表現⇒bit (binary digit)
最も小さなデータ量の単位
- ビット列
3ビット → 0~7まで表現可能
4ビット → 0~15まで表現可能
- 8ビット=1バイト

9

(参考) 整数値のあらわし方

2 数値の表現

符号ビット 0: 正または0
1: 負

0 0 1 1 1 0 1 1

~~64~~ + 32 + 16 + 8 + ~~4~~ + 2 + 1 = 59

8ビット = -128 ~ 127

10

(参考) 実数値のあらわし方

2 数値の表現

- 実数値
- 10進数

$$0.1 = \frac{1}{10} \quad 0.01 = \frac{1}{100} \quad 0.001 = \frac{1}{1000}$$
- 2進数

$$0.1 = \frac{1}{2} \quad 0.01 = \frac{1}{2^2} \quad 0.001 = \frac{1}{2^3}$$
- 浮動小数点 $0.000000314 = 3.14 \times 10^{-7}$

化数部

指数部

(参考) 漢字が使えないコンピュータ

- ASCIIコード
アルファベット→7ビット
漢字→16ビット(2バイト)
16進数
- JISによる規格化
全角文字...16ビット
半角文字...8ビット
- JISコードのビット列への対応
JIS, シフトJIS, EUC

TIPPS教材

10進数	16進数
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F
16	10

情報量の計算

- ◆ 日本語文字は2バイトである。1ページ(1行40文字, 40行)に記録できる文字は何KBか。
- ◆ 新聞1面を15段組で1段は1行あたり12字の行が75行あるとする。
新聞の文字が全て全角文字で書かれているとして、新聞の文字データを1.4MBのFD1枚に保存する場合、何ページ分のデータを保存することができるか。

13

(参考) 情報における単位

単位と表記法	定義
バイト B	1B = 8bit
キロバイト KB	1KB = 1024B (=2 ¹⁰ B)
メガバイト MB	1MB = 1024KB (=2 ¹⁰ KB)
ギガバイト GB	1GB = 1024MB (=2 ¹⁰ MB)

14

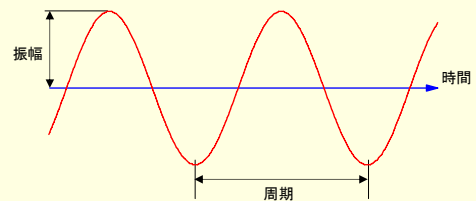
デジタル化のしくみ 音の表現

- ◆ コンパクトディスクの音のデジタル化について、1秒あたり何キロバイトのデータになるか計算せよ。
ただし、CDのサンプリング周波数を44100Hz、量子化レベル数を2B、チャンネル数を2で計算せよ。
- ◆ 650MBのCDに、ラジオの番組を1日15分、サンプリング周波数22050Hz、量子化レベル数8ビット、モノラルでデジタル録音する場合、何日分の番組を録音できるか。

15

(参考) 音は空気の振動である

- 波…ある1点で起こった振動が伝わる現象
- 音は空気の振動が連続的に伝わるアナログ量
- 周波数…1秒間に空気が振動する回数
単位ヘルツ(Hz)
- 人間が聞くことができる周波数…20Hz~20,000Hz

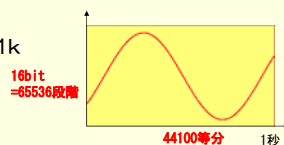


16

(参考) CDの持つ情報量

CDの音質

サンプリング周波数=44.1k
Hz
レベル数=16ビット
ステレオ(2チャンネル)



- ① 1回の標本化に必要な情報量
 $16(\text{bit}) \times 2(\text{チャンネル}) = 32(\text{bit}) = 4(\text{B})$
- ② 1秒間の標本化に必要な情報量
 $4(\text{B}) \times 44100(\text{回}) = 176400(\text{B}) \approx 172(\text{KB})$
- ③ 1時間の標本化に必要な情報量
 $176400 \times 60 \times 60 = 635040000(\text{B}) \approx 606(\text{MB})$

デジタル化のしくみ 画像の表現

- ◆ 400dpiのプリンタを使ってはがき(10cm×15cm)いっばいに画像を印刷する場合、全部で何ドットの印刷を行うことになるか。ただし、1インチ=2.5cmとして計算せよ。
- ◆ 解像度が800×640ドットのフルカラー静止画を、30fpsの割合で1分間表示する動画を作成すると、その情報量は約何GBになるか。
ただしフルカラーの1ドットの持つ情報量は3Bである。

18

暗号

次のような暗号方式で作成された暗号文を復号化せよ。

暗号方式: a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, (space)

鍵 x 分だけ右にずらす

(はみ出た場合は先頭 a に戻る)

鍵: 5

暗号文: "nefrefegt3"

19

(参考) RSA暗号のしくみ①

平文 = 1234

暗号文 = 1234を37乗して2491で割った余り = 2328



(参考) RSA暗号のしくみ②

37乗したあと97乗すると元に戻る

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	36	37	...	1197	...	2393	...	3589	
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	...	672	1344	...	2	...	2	...	2	
3	9	27	81	243	729	2187	1579	2246	1756	...	788	2364	...	3	...	3	...	3	
4	16	64	256	1024	1605	1438	770	589	2356	...	713	361	...	4	...	4	...	4	
5	25	125	625	634	679	904	2029	181	905	...	897	1994	...	5	...	5	...	5	
6	36	216	1296	303	1818	944	682	1601	2133	...	1444	1191	...	6	...	6	...	6	
7	49	343	2401	1861	572	1513	627	1898	831	...	354	2478	...	7	...	7	...	7	
8	64	512	1605	385	589	2221	331	157	1256	...	864	1930	...	8	...	8	...	8	
9	81	729	1579	1756	858	249	2241	241	2169	...	685	1183	...	9	...	9	...	9	
...
	1234	755	36	2077	2270	1296	42	2008	1818	1512	...	66	2328	...	1234	...	1234	...	

37乗 (from 1234 to 2328) 97乗 (from 2328 to 1234)

(参考) RSA暗号のしくみ③

◆2つの素数の積は簡単に計算できる

$$38903 \times 60293 = 2345578579$$

◆しかし、ある数を2つの素数の積に分解するのはコンピュータを用いても困難

$$2250021941 = 40253 \times 55897$$

暗号の秘密は「素因数分解の困難性」に起因

22

伝送媒体と伝送速度

- ◆128Kbpsの伝送速度で、フロッピーディスク2枚分(2.88MB)のデータを転送する場合の転送時間を計算せよ。
- ◆10MBのデータを128Kbpsの伝送速度で転送するとき、転送速度はおおよそ何分か。ただし、回線の利用率を0.6とする。

23

(参考) 伝送媒体と伝送速度

- 信号
情報を色や形、電流や電圧の変化に変えたもの
- 伝送媒体
信号を伝えるもの
- 伝送速度 単位 bps (bit per second)
- 伝送距離

伝送媒体の種類(問2)



データの圧縮

ランレングス符号化に基づいて圧縮された次のデータを、右の表に基づいて伸長せよ。
また圧縮率を計算せよ。

0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1

1	000
2	001
3	010
4	011
5	1000
6	1010
7	110000
8	110001

(参考) 圧縮のしくみ

■ ランレングス符号化

白白白白黒黒黒白白白白黒黒黒黒黒黒黒黒

0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1

4 3 5 8 20ビット

↓ 圧縮 ↓

0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1

↓ 伸長 ↓ 16ビット

0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1

4 3 5 8 圧縮率80%

1	000
2	001
3	010
4	011
5	1000
6	1010
7	110000
8	110001

(参考) その他の圧縮法

■ ハフマンの符号化

晴00, 曇01, 雨10, 雪11で符号化

晴 曇 晴 晴 雨 晴 晴 雪 曇 晴

0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0

↓ 圧縮 ↓ 20ビット

0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0

↓ 伸長 ↓ 16ビット

圧縮率80%

晴 曇 晴 晴 雨 晴 晴 雪 曇 晴

晴	0
曇	10
雨	110
雪	111

情報の分析

次の図は情報の多角的な分析に関するものである。
それぞれの図に関係あるものを解答群から選べ。

【解答群】

①相関分析 ②移動平均法 ③クロス集計 ④回帰分析 ⑤度数分布

(参考) グラフを利用した分析①

相関分析

■ 相関分析

2つのデータグループの相互関係を調べる

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	A	B	C	D													
2	2721	10.8	5.7	54													
3	2296	20.9	4	71.6													
4	2276	21	4.5	72.6													
5	2522	11.2	5.9	60.7													
6	2419	17.2	4.2	79.6													
7	2488	16	4.7	79.2													
8	2669	14.2	4.6	69.5													
9	2880	12	6.7	70.5													
10	3006	10.2	6	69.2													
11	2926	16.9	6	70.4													
12	2669	3.5	10.1	61.9													
13	3117	6.7	11.4	61.1													
14	4366	9.5	15.9	39.6													
15	3626	7.3	14.2	51.5													
16	2714	10.6	4.6	76.9													
17	2970	6.6	6.6	79.9													
18	2900	4.4	6.9	69.9													
19	2679	7.3	6.2	76.5													
20	2685	11.7	6.7	69.6													

比較的に強い 負の相関 強い 正の相関 相関関係が見つけづらい

比較的に強い 負の相関 強い 正の相関 弱い 負の相関

2次元図形の変換

各式の表す変換の内容を解答群Aから、また右の画像にa~fの変換を施した図を解答群Bからそれぞれ選び、記号で答えよ。

a) $x' = x, y' = -y$ b) $x' = x+a, y' = y+b$
 c) $x' = ax, y' = bx$ d) $x' = x+ay, y' = y$
 e) $x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha, y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$ f) $x' = -x, y' = y$

【解答群A】

ア. 回転 イ. 拡大・縮小 ウ. せん断 エ. 鏡映(y軸対象) オ. 平行移動 カ. 鏡映(x軸対象)

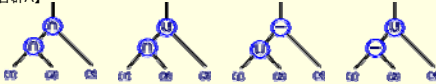
【解答群B】

集合演算

次の立体は、6個のプリミティブのうちの3個の集合演算からできている。
それぞれに対応する演算を解答群Aから選び、また該当するプリミティブを解答群Bから選べ。
ただし、 \cap は積集合、 \cup は和集合、 $-$ は差集合をすものとする。



【解答群A】



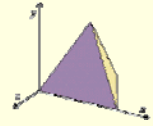
【解答群B】



空間の座標系

下の表は、右の正四面体における頂点の座標の情報をまとめたものである。空欄ア～ウに数値を入れよ。

頂点の番号	x座標	y座標	z座標
1	0	0	0
2	2	0	0
3	1	ア	$-\sqrt{3}$
4	1	イ	ウ



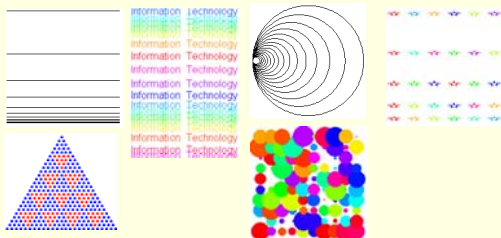
32

関数・数列などのデザインへの応用

次のア～カの図形に関係のある事柄を解答群から選べ。

【解答群】

- a. 乱数関数 b. 2乗 c. フィボナッチ数列
d. 等比数列 e. 周期関数 f. MOD関数



33

おわりに

- 次期教育課程の(あくまで)予想
 - 英・数・国 基礎科目の重視
 - 消える「総合」
 - 「情報」は選択へ
 - 「日本史」の必修化
- 「情報」はすでにがけっぷち
教科としての重要性は増しているが...

34