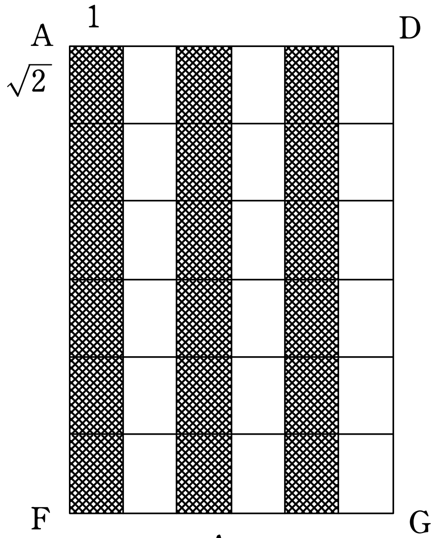
着眼点

「6×6の大きい立方体」と「1×1の小さい立方体」の，「マクロ」の視点と「ミクロ」の視点で考える必要があります。切り口は展開図を考えるととらえやすいでしょう。

大きい立方体の切り口に小さい立方体の切り口の図形を敷き詰めていきましょう。黒と白の図形は交互に出てくるので，一つの色を決めたらあとは交互に色を塗っていきましょう。

解答例



(1)　立体をA，D，Fを通る平面で切ると右の図のようになる。

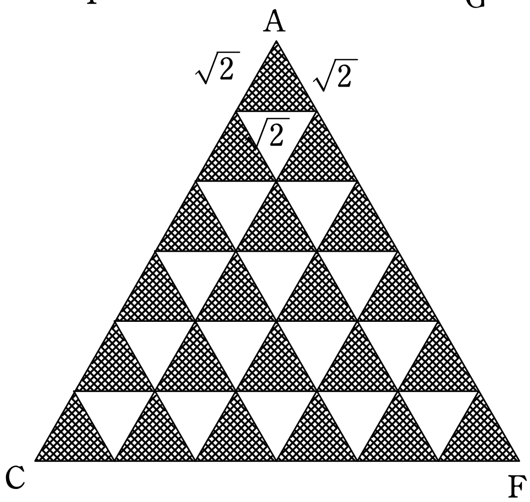
面積 $1\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$ の黒の長方形が 18 個，

面積 $1\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$ の白の長方形が 18 個できる。

したがって，

黒の面積の総和は $18\times\sqrt{2}=18\sqrt{2}$

白の面積の総和は $18\times\sqrt{2}=18\sqrt{2}$



(2)　立体をA，C，Fを通る平面で切ると右の図のようになる。

面積 $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の黒の正三角形が 21 個，

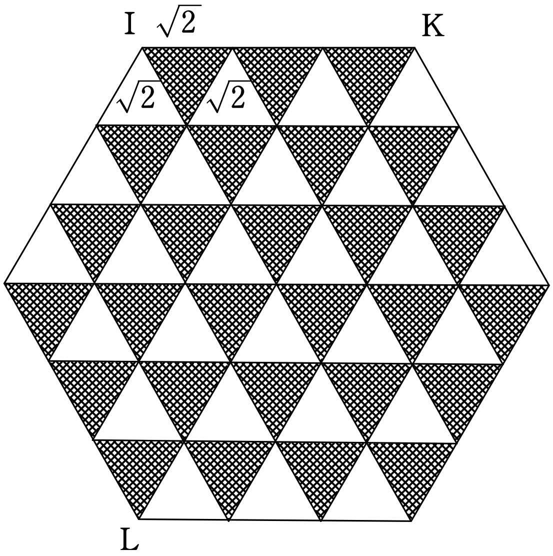
面積 $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の白の正三角形が 15 個できる。

したがって，

黒の面積の総和は $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 21=\dfrac{21}{2}\sqrt{3}$

白の面積の総和は $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 15=\dfrac{15}{2}\sqrt{3}$

(3)　立体をI，K，Lを通る平面で切ると右の図のようになる。



面積 $\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ の黒の正三角形が 27 個

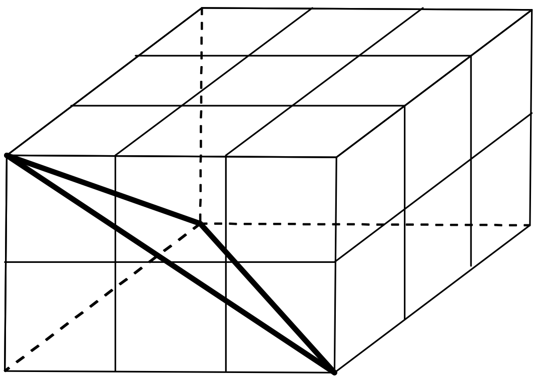
面積 $\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ の白の正三角形が 27 個

したがって，

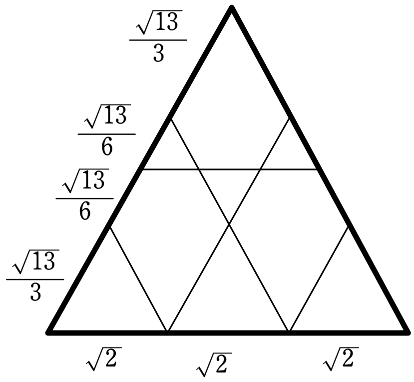
黒の面積の総和は $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 27=\frac{27}{2}\sqrt{3}$

白の面積の総和は $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 27=\frac{27}{2}\sqrt{3}$

(4)　縦３，横３，高さ２の直方体を図１のように切断したときの切断面を考える。
この切断面は図２のようになる。



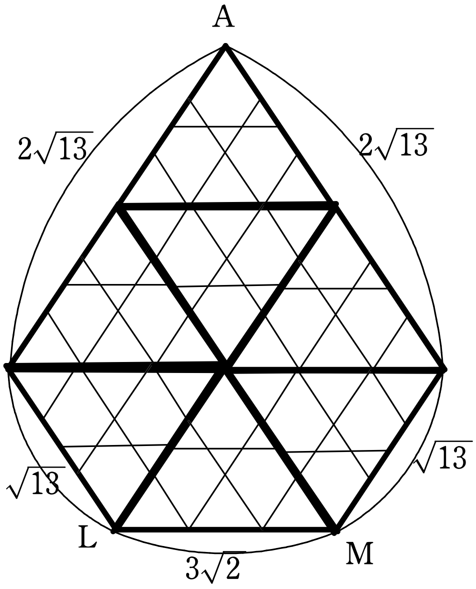
（図１）



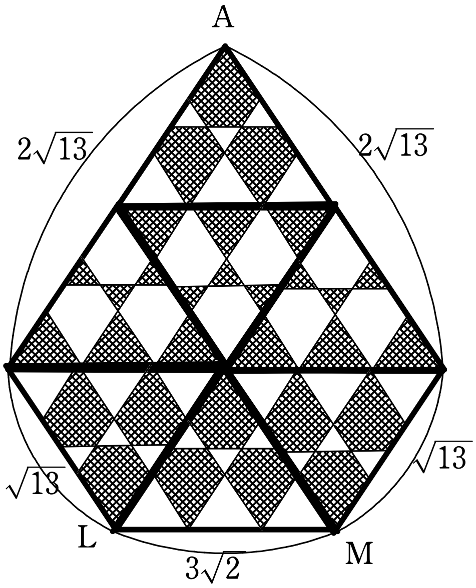
（図２）

求める切断面は五角形になるから，五角形に図２の三角形を敷き詰めると図３のようになる。

図３に色を塗ると図４のようになる。



（図３）



（図４）

ここから，黒の五角形が 3 個，白の小さい二等辺三角形が 3 個、白の大きい二等辺三角形が 3 個存在する図２の三角形が 4 個，白の五角形が 3 個，黒の小さい二等辺三角形が 3 個，黒の大きい二等辺三角形が３個存在する図２の三角形が３個できる。

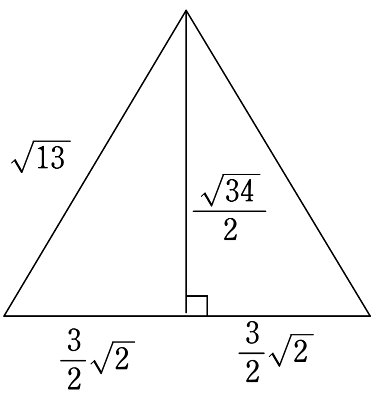
したがって求める切断面は次の表のようになる

三角形の個数	五角形	小さい三角形	大きい三角形
4	黒3個	白3個	白3個
3	白3個	黒3個	黒3個
合計	黒12個白9個	黒9個白12個	黒9個白12個

それぞれの図形の面積を求める。

図２の二等辺三角形の面積は

$$\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{34}}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{17}$$



この二等辺三角形と小さい三角形は相似比が 6:1 の相似な図形であるから，

小さい三角形の面積は $\frac{3}{2}\sqrt{17}\times\frac{1}{36}=\frac{\sqrt{17}}{24}$

この二等辺三角形と大きい三角形は相似比が 3:1 の相似な図形であるから，

大きい三角形の面積は $\frac{3}{2}\sqrt{17}\times\frac{1}{9}=\frac{\sqrt{17}}{6}$

求める断面の面積は $\frac{3}{2}\sqrt{17}\times 7=\frac{21}{2}\sqrt{17}$ であり，断面の五角形と小さい五角形は相似比が 6:1 の相似な図形であるから，五角形の面積は $\frac{21}{2}\sqrt{17}\times\frac{1}{36}=\frac{7}{24}\sqrt{17}$

以上のことをまとめると，

	五角形	小さい三角形	大きい三角形	面積の総和
面積	$\frac{7}{24}\sqrt{17}$	$\frac{\sqrt{17}}{24}$	$\frac{\sqrt{17}}{6}$	
黒の個数	12	9	9	$\frac{43}{8}\sqrt{17}$
白の個数	9	12	12	$\frac{41}{8}\sqrt{17}$