配点

⑴　5点　　⑵　8点　　⑶　7点　　⑷　10点　　⑸　10点

講評

この整数問題を解くためにはポイントとなる考え方が二つある。

一つ目は「大小関係を用いて範囲を求める」である。具体的には，⑴について，$1 \leqq a < b$，$1 \leqq d < e$ のとき，$\dfrac{a+b}{2}+\dfrac{d+e}{3} \geqq \dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{3}=\dfrac{5}{2}$ より証明できる。他の設問も同様な考え方を用いる。範囲をしぼることによって，場合分けが少なくなり求めやすくなる。皆さんの答案の中に，a，b，c，……に考えられるすべての整数を代入して調べている人もいたが，時間がかかったり，ミスの原因となる。否定はしないが，大小関係を利用して上手く処理してほしい。

二つ目は，「倍数に着目する」である。例えば，分母の2，3，7が素数なので，分子がその倍数になる。具体的には，「x，y が整数で，$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=1$ を満たすとき，x は2の倍数，y は3の倍数」，「x，y，z が整数で，$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{7}=1$ を満たすとき，x は2の倍数，y は3の倍数，z は7の倍数」となる。ただし，答案には証明をしてから用いてほしかった。以上の二つが身についている受験生なら今回の整数問題は得点できた。

次に，各設問毎について，簡単にコメントを述べる。

⑴について，ほとんどの受験生が出来ていた。しかし，証明問題なので，ポイントをおさえた説明の記述が必要である。減点した答案は，単純な計算ミスや説明不足であった。

⑵について，意外と答えが多く，どのように答えを書いたらよいのか悩んだ受験生もいたように思う。解答例のように書くのではなく，すべての場合を羅列した答案も多くあった。見落としがあったり，計算ミスのため減点した答案はある。

⑶は，⑴が出来た受験生には容易な設問であったはず。 解答例と同じ考え方であるが，$21(a+b+c)+14(d+e+f)+6(g+h+i)=42q$ と変形し，$a=d=g=1$，$b=e=h=2$，$c=f=i=3$ を左辺に代入し，左辺$=246$ となるので，$1 \leqq q \leqq 5$ では存在しないことの証明が多かった。ここでも計算ミス等の単純ミスで減点となった答案があった。

⑷については，条件を満たすのは，$a+b+c=6$，$d+e+f=6$，$g+h+i=7$ のときだけなので，それに気が付いた受験生は点数を取れていた。しかし，$(a,\ b,\ c)=(1,\ 2,\ 3)$ だけではなく，順番を入れ替えて6通りの組を書かない答案があり減点した。本当は分かっているが書くことを忘れたのだと考えている。心苦しいが，書いてある答案と書いていない答案では差をつけた。

⑸については，$g+h+i$ が7の倍数となるが，$g+h+i=7$ または $g+h+i=14$ の2通りある。出来れば，この2通りに限られることを示してほしかった。また，今一歩の答案として，$g+h+i=14$ を満たすのは9組となっている解答が複数あった。見落としがないように解答例のように表を作ることをすすめたい。

最後に，新課程入試において，出題範囲として整数問題が入らない大学が増えたため，

高等学校での整数分野の扱いが不十分となり，コンテストで出題しても解答できない受験生が多数いるのでは，と心配していた。しかし，皆さんの答案を見る限り，その心配は必要がないことが分かった。数学コンテストでは整数問題の出題率が高く，来年度以降も受験することを考えている生徒は勉強してほしい分野である。

（立命館慶祥中学校・高等学校　大和　達也）