配点　(1)　5点　(2)　5点　(3)　8点　(4)　5点　(5)　7点　(6)　10点

講評

この問題は数学Aの平面図形の問題です。例年に比べると，数学コンテストの平面幾何の問題としてはかなり易しかったのではないかと思います。今回，この問題は受験者155名中39名が満点であり，平均点も40点満点中の30.3点（手元での集計なので誤差があるかもしれませんが）と大変出来がよく，(6)を除いては受験者の9割以上の人が手をつけていました。確かに，出題者としても例年より手をつけやすい問題になったと思います。問題作成の会議でも（数学コンテストの問題としては）易しすぎるのではないかという意見もありました。

この問題を出題したのは，この分野の授業をしたときに，中学時代の数学の平面図形の授業について生徒に聞いてみたら（コロナ禍の影響もあるかもしれませんが）平面図形の内容の定着度が以前と比べると低いように感じたからです。たまたま中学で平面図形の授業を受けた時期に出席停止や学級閉鎖などで十分時間をかけて理解するような勉強ができなかったのかもしれませんし，高校においても同じようなケースもあったかもしれません。でも，今後の皆さんの人生で図形の問題について考えることがあったとき，いつまでもコロナのせいにすることはできません。大事なことはその場で考えることです。場合によっては，本で調べたり，インターネットで検索したりすることも可能ですが，その場で図を描いてみて考えることができた，わかったという体験は今後に生きてくると思います。また，後半の部分は内容の把握は難しくありませんが，なぜそうなるのかの説明はそんなに簡単ではないと思います。9割の人が(5)の3つの円が1点で交わるという結論はできていたのですが，4割の人は(6)の説明は無解答でしたし，書いてくれた人のうちでも説明として不十分だったり，論理がおかしかったりした（前提の中に説明する内容を使っているなど）人が多かったです。

とはいえ，ここまで平均点が高かったことは今までのコンテストの問題でもあまりなかったことですし，多くの人がこの問題に手をつけてくれたことに感謝します。

さて，(1)～(3)は三角形の外接円に関する基本問題。(4)～(6)までは三角形の辺（辺の延長線上の点でも成り立ちます）の点を通る3つの円の関係についての「ミケルの定理」に関する問題です。ミケルの定理自体は教科書には載っていませんが，着眼点にも書いたように，作図すると成り立つことが確かめられる美しい定理です。

(1)で定規とコンパスを用いた三角形の辺の垂直2等分線の作図，(2)でもう1つの辺の垂直2等分線を用いて三角形の外心の作図，(3)で各辺の垂直2等分線の交点が外心であることの説明です。

(1)はほとんどの人が作図できていましたが，中点をとるのにコンパスを使わなかった（と思われる）人は減点しています。(1)の正解率は98%で得点率も98.3%でした。

(2)は2本の垂直2等分線を描いて交点をOとすれば満点なのですが，交点Oを図の中に入れていない人は減点しています。(2)の正解率は96.7%で得点率97.5%でした。

(3)は「説明せよ」という問題です。実はこの問題の場合，(1)の問題文の中で「外接円の

中心（外心）は各辺の垂直２等分線の交点を作図することで求められる」とあります。設問の都合上このようにしたのですが，問題文にこのように書いているので，説明は「垂直２等分線の交点が外心だから」でもよいと考えてもおかしくないのですが，出題者の意図としては，なぜ垂直２等分線の交点が外接円の中心になるのかを考えてほしかったのです。そのため解答欄を一行にして文１「$\boxed{}$（だから）$\boxed{}$」であるという形の解答を期待しました。解答スペースを見て解答を考えるのは本来邪道なのかもしれませんが，たとえば「△OABと△OBCが二等辺三角形だから」とか「OA＝OB＝OC」だからという解答だと説明不足と判定しました。この問題の配点は８点ですが，４点となっている人は「だから」の前か後が抜けていた人がほとんどです。また，説明の中で，意味が通じない表現をしている人は減点している場合があります。例えば「線分OAとOBから等距離な点がOだから」など。⑶の正解率は79.4%で得点率は86.5%でした。ちなみにこの問題の無解答者は９名でした。

⑷は，△FBDの外接円と△EDCの外接円の交点をEとしたとき，∠DGEの大きさを求めるので，多くの人は円に内接する四角形の対角の大きさの和が180°であることを用いて正解していましたが，中には補助線を引いて対角の和が180°であることの説明を書いてくれた人もいました（もちろん正解としています）。⑷の正解率は92.2%，得点率は92.6%でした。

⑸がこの問題の最大のポイントで，△AFEの外接円の中心を作図して，△FBD，△EDC，△AFEの外接円がどこで交わるかを見つける問題です。作図の部分は⑴⑵と同じなので手をつけた人ほぼ全員が出来ていました。また，作図は出来てないが交点の位置を正しく述べていた答案もありましたし，作図が出来ていても交点の位置が無解答や誤っている答案もありました。この問題の一番のポイント（ミケルの定理）は３つの円が１点で交わることなので，作図した人はコンパスを使って△AFEの外接円を描いたら１点で交わることを発見できたと思います。作図せずに交点がGになることを予測できた人もある意味すごいのですが，実際に作図して１点で交わることを発見したほうが感動があるように思います。⑸の正解率は85.8%，得点率は92.3%でした。蛇足ですが，点Gは三角形の重心というわけではありません。

さて，⑹ですが，これも「説明せよ」にしました。これは「証明せよ」でもよかったのですが，⑶に合わせました。なぜ３つの円は一点で交わるのか，ですから，２つの円の交点Gをもう１つの円が通っていることを示せばよいのです。多かった誤答は次のような形です。

⑷より，∠DGE＝180°－∠C
同様に，∠EGD＝180°－∠B
同様に，∠FGE＝180°－∠A
よって，∠DGE＋∠EGD＋∠FGE＝180°×3－∠C－∠B－∠A＝360°
ゆえに，成り立つ。

実は，このような答案は解答者のうち２割近くありましたが，これは０点の答案です。なぜかわかりますか？この方法の場合，点Gは△FBDと△EDCの交点なので，上の２式

はよいのですが，∠FGE＝180°—∠A は点 G が△AFE の外接円の上にあるときに成り立つ式です。(5)で作図によって点 G が 3 つの円の交点であることを確かめたので，∠FGE＝180°—∠A は成り立つと思ってしまう気持ちはわかりますが，この∠FGE＝180°—∠A こそが説明すべき式なので，説明すべき式を使って説明するというのは致命的な誤りです。この問題については，他のやり方もあるかもしれないと思い，皆さんの答案も見てみましたが，理由まで含めて採点者を納得させる答案はありませんでした。この定理は点D，E，F をこの三角形の辺上でどのように動かしても成り立つ定理なので，点を動かしたら成り立たなくなるような説明は成り立ちません。(6)の正解率は 25.2%，得点率は 24.5% でした。なお，(6)の無解答者は 67 名でした。

平面図形の問題は奥が深くて，ミケルがこの定理を発見した 19 世紀以降にも新たに発見された定理もあります。ひょっとして，皆さんが新たな平面図形の定理を発見したら，皆さんの名前のついた定理が後世に残るかもしれませんよ。

（市立札幌啓北商業高等学校　　佐々木　光憲）