

問題 3

実数 x を変数とする実数値関数 $f(x)$ は、次の条件(I)~(III)を満たしている。

$$(I) \quad \{1 - f(y)\}f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y) \quad (\text{ただし, } y \neq 0)$$

$$(II) \quad f(2) = -1$$

$$(III) \quad x < y \text{ のとき, } f(x) > f(y)$$

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 次の値を求めなさい。

$$\textcircled{1} \quad f(0) \quad \textcircled{2} \quad f(1) \quad \textcircled{3} \quad f(-1) \quad \textcircled{4} \quad f(\sqrt{2})$$

(2) $g(x) = f(x) + c$ として、 $g(-x) = -g(x)$ となるとき、定数 c の値を求めなさい。また、求めた定数 c の値に対して、 $g(-x) = -g(x)$ となることを示しなさい。

(3) 関数 $g(x)$ と定数 c が、(2)で定義した $g(x)$ と求めた c の値のとき、 $g(xy) = -g(x)g(y)$ を示しなさい。