問題１

着眼点

[1]の⑴はいろいろやってみると自然に答えがわかります。⑵は 17 で割った余りでわかります。⑶は 1 年が 52 週と 1 日であることに気づけば簡単です。[2]は前問が考え方を誘導していることに気づけばわかるかもしれません。

解答例

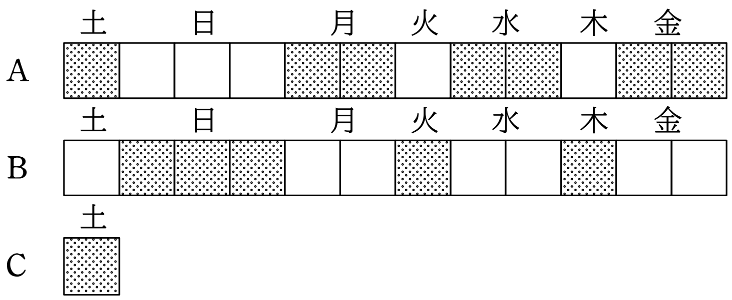
[1]⑴　①　A と C　　②　B と F　　③　A と E

⑵　①　36÷17 は商 2，余り 2 であるから 2 番の正方形

②　100÷17 は商 5，余り 15 であるから 15 番の正方形

③　1003÷17 は商 59，余り 0 であるから 17 番の正方形

⑶　この年を平年とすると，1 年は 52 週と 1 日であるから下の A パターンと B パターンが交互にそれぞれ 26 回繰り返され，最後（12 月 31 日）に C パターンが 1 回ある。



したがって，

(黒の枚数)$=7\times26+5\times26+1=313$(枚)

(白の枚数)$=5\times26+7\times26=312$(枚)

である。

なお，うるう年の場合は黒の枚数 313 枚，白の枚数 315 枚である。

[2]　[1]の帯に対して正方形の部分を⑶のように各日に鑑賞した DVD の本数分だけ 365 日分黒白交互に塗り分ける。この帯の色の境目である端辺にはさみを縦に入れて，横の長さが 17 の短冊を作れることを証明すればよい。

この帯を[1]⑵の角柱の側面に巻き付ける。

帯の色の境目である端辺は $365+1=366$(本) ある。366÷17 は商 21，余り 9 であるから鳩の巣原理により角柱の少なくとも一つの母線には 22 本以上の端辺がのっている。帯をこの端辺で切ると，横の長さが 17，34，51，…のように $17k$（k は正の整数）の 短冊が 21 枚以上できる。

いま，21 枚以上あるこれらの短冊の横の長さがいずれも 34 以上であると仮定する。このとき 1 年間で $34\times21=714$(本) 以上の DVD を鑑賞していることになる。ところが 1 年は 52 週と 1 日であり，1 週間で鑑賞できるのは最大 12 本までであるから，1 年間で鑑賞できる DVD の本数は $12\times52+12=636$(本) 以下である。これは矛盾であ

る。したがって，横の長さが 17 の短冊が存在する。

以上により，連続した日数でちょうど 17 本の DVD を鑑賞した日がある。