問題４

袋の中には，白玉が m 個，赤玉が n 個，合計 $(m+n)$ 個の玉が入っている。ただし，m，n はともに 0 以上の整数とし，$m>n$ とする。この袋から無作為に 1 個ずつ玉を取り出して順番に並べる（取り出した玉は袋にもどさない）。この操作を，袋の中の玉がなくなるまで行う。１個ずつ玉を取りだすとき，以下の事象 A，事象 B，事象 C が起こる確率をそれぞれ $P_A(m,\ n)$，$P_B(m,\ n)$，$P_C(m,\ n)$ と 表す。

事象 A：	取り出された白玉の数が，最初から最後まで常に取り出された赤玉の数より多くなり続ける。
事象 B：	初めに取り出した玉が白玉で，かつ取り出された白玉の数と赤玉の数が等しくなることがある。
事象 C：	初めに取り出した玉が赤玉である。

たとえば，$m=2$，$n=1$ のときは次のようになる。

常に白玉の方が多くなる取り出し方は，白→白→赤 の順に取り出される場合しかないので，事象 A が起こる確率は，

$$P_A(2,\ 1)=\frac{1}{3}$$

初めに取り出した玉が白玉で，かつ白玉と赤玉の数が等しくなることがあるのは，白→赤→白 の順に取り出される場合しかないので，事象 B が起こる確率は，

$$P_B(2,\ 1)=\frac{1}{3}$$

次の各問いに答えなさい。

(1)　$P_A(3,\ 2)$，$P_B(3,\ 2)$，$P_C(3,\ 2)$ の値をそれぞれ求めなさい。

(2)　$P_A(7,\ 3)$，$P_B(7,\ 3)$，$P_C(7,\ 3)$ の値をそれぞれ求めなさい。

(3)　等式 $P_B(m,\ n)=P_C(m,\ n)$ が成り立つことを証明しなさい。

(4)　(3)の等式が正しいとき，$P_A(m,\ n)$ を m と n の式で表しなさい。