

### 問題 5

正の数  $x$  と整数  $n$  について  $n \leq x < n+1$  が成り立つとき、 $x-n$  を  $\{x\}$  と表すこととする。したがって、 $0 \leq \{x\} < 1$  である。

ここで、実数  $N$  は次の条件を満たすこととする。

- i)  $N$  は自然数である。
- ii)  $\sqrt{N}$  は無理数である。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\{\sqrt{37}\}$  は小数第 2 位に初めて 0 でない数が現れることを示せ。
- (2)  $\{2019 - \sqrt{2019}\}$  は小数第 2 位に初めて 0 でない数が現れることを示せ。
- (3)  $\{\sqrt{N}\}$  は小数第 2 位に初めて 0 でない数が現れるという。このような  $N$  の中で最小のものを求めよ。
- (4)  $\{\sqrt{401}\}$  は小数第 2 位に初めて 0 でない数が現れることがわかっている。  
 $\{\sqrt{N}\}$  は小数第 2 位に初めて 0 でない数が現れるという。このような  $N$  の中で  $N=401$  は小さい方から数えて何番目になるか。
- (5)  $\{\sqrt{N}\}$  は小数第 3 位に初めて 0 でない数が現れるという。このような  $N$  の中で最小のものを求めよ。
- (6)  $\{\sqrt{N}\}$  は小数第 3 位に初めて 0 でない数が現れるという。このような  $N$  の中で 100 番目に小さいものを求めよ。