

## 配点

(1) 12点 (①~⑥各2点) (2) 8点 (3) 10点 (4) 10点

### 【講評】

(4)の解答例について、多くの先生方、そして数学教育研究所所長の清史弘先生からの解答と助言により作ることができました。大変有り難く、感謝しています。解答のポイントとなるのは、関数  $f(x)$  と  $g(x)$  を決定することであり、そのために  $h(x+y)=h(x)+h(y)$  を満たす関数は、 $h(x)=cx$  であることです。しかし、連続性がなければ、すべての実数について関数を決定することはできません。本問は  $a < b$  のとき、 $h(a) < h(b)$  であることが(2)より分かるので、求めることができます。このことを述べている参加者は1人もいませんでしたが、厳密な解答はかなり難しいので採点を十分考慮しました。ところで、問題の関数方程式は、 $F(x, y)=2x-y$  として作問し、この関数に気がついた生徒は多くいました。具体的な関数に気がつくことが出来る能力にはとても感心しますが、解答例のように関数を決定することは難しく、(3)までの設問は、与えられた条件を用いて解答してください。

次に、解答用紙のアンケートより、難しい62名、そこそこ難しい18名、結構簡単1名、かなり簡単1名、また、意見として「楽しくて良い問題でした」「全く分からなかった」「難しいが楽しかった」「何をすればいいのか分からない」「解き進めると分かってきて面白い」「関数方程式面白いっすね！ここを、こうしたら、うまく出る感じがたまらない！」「最初から何をすればいいのかさっぱりわからず勘で解こうとしました。解けませんでした」「関数方程式はむずかしい」「パターンが読めると面白かったです」等、関数方程式は難しいと感じている参加者が多い中、楽しんでくれている参加者も少なからずいるので出題者としてうれしい限りです。

関数方程式の問題は、ほぼ毎年、出題しています。来年も出るとは断言できませんが、出る可能性は十分あります。関数方程式の問題を解くコツとしては、有名な方程式、例えば  $f(x+y)=f(x)+f(y)$ ,  $f(xy)=f(x)f(y)$  について勉強すること。条件によって、解法が変わることを理解すること。そして、 $x, y$  に何か値を代入して計算してみること等。問題は、過去の数学コンテストはもちろん、大学入試問題でも多くはありませんが出題されています。難しい問題だと数学オリンピックもあります。参加者の皆さんには、今後、関数方程式に慣れ親しみ、得意分野の1つとして欲しいところです。

(北海道札幌西陵高等学校 大和達也)