

配点

(1) 4 点 (2) 4 点 (3) 6 点 (4) 6 点 (5) 10 点 (6) 10 点

講評

同じ条件のもとでくり返すことのできる実験や観測（例：さいころを投げる，袋から玉を取り出す，など）のことを一般的に「試行」といい，その試行の結果として起こりうる事柄（例：さいころを投げて 3 の目が出る，袋から玉を取り出したら赤玉が出る，など）のことを「事象」という。

2 つの試行 T_1 ， T_2 について，それぞれの結果（事象）の起こりやすさ（確率）は，互いに一方の結果が他方の確率に影響を与えない，という立場をとるとき，「この 2 つの試行 T_1 と T_2 は独立である」という。

2 つの独立な試行 T_1 ， T_2 について，試行 T_1 で事象 A が起こる確率を $P(A)$ ，試行 T_2 で事象 B が起こる確率を $P(B)$ とするとき，試行 T_1 で事象 A が起こり，かつ試行 T_2 で事象 B が起こる確率は，それぞれの確率の掛け算 $P(A) \times P(B)$ で求められる。

確率を求めるとき，この「独立」「かつ」は「掛け算」という考え方が意外に重宝する。たとえば，(6)を次のように解答した生徒も数名いましたので紹介します。

『 カード C が，赤と白 1 枚ずつになる確率が $\frac{2}{4}$

赤 3 枚と白 3 枚のうちから，1 枚ずつ引いて机の上に並べるとき，

1 枚目が赤になる確率は $\frac{3}{6}$ 2 枚目が白になる確率は $\frac{3}{5}$ 3 枚目が赤になる確率は $\frac{2}{4}$

4 枚目が白になる確率は $\frac{2}{3}$ 5 枚目が赤になる確率は $\frac{1}{2}$ 6 枚目は白だから確率は 1

よって，求める確率は $\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{40}$ 』

2 つの事象 A ， B について， A が起こったという条件のもとで B が起こる確率を考え，これを，「 A が起こったときの B の条件付き確率」といい，記号で $P_A(B)$ とかくことにするとき，次のような乗法定理が成り立つことが知られている。

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

また，これらのような「掛け算」を使わず，求める場合の数を上手にまとめながら，次のように読み手（採点者）に見せる解答を書いた生徒もいましたので紹介します。

『 (5) について，

i) A C C のとき

白	赤	赤	×
白	白	赤	×
白	赤	白	○
白	白	白	×

ii) C A C のとき

赤	白	赤	○
赤	白	赤	×
白	白	赤	×
白	白	白	×

iii) C C A のとき

赤	赤	白	×
赤	白	白	×
白	赤	白	○
白	白	白	×

i) ～ iii) より $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ 』

一つ一つの事象は「同様に確からしい（どれが起こることも同様に期待できる）」ということが確認できれば，事象 A が起こる確率は，

$$\frac{(\text{事象 } A \text{ が起こる場合の数})}{(\text{全事象 } U \text{ のすべての場合の数})}$$

で求めることができます。

たとえば、(4)について、次のように考えて解答した生徒が数名いました。

『 すべての場合の数は、赤 赤 赤 以外の $7(=2^3-1)$ 通りであるから、白 白 白 となる確率は $\frac{1}{7}$ 』

すべての場合の一つ一つが「同様に確からしい」ということがとても重要です。

(北海道恵庭北高等学校 木村尚士)