問題１

着眼点

(1)は簡単でしょう。

(2)は発想の必要な部分がすでに示されているのであとは論理的に説明できればいいと思います。

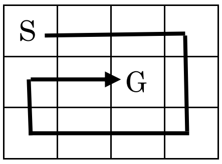
(3)は(2)の塗りわけ方をヒントにすれば思いつくと思います。

(4)は塗り方をちょっとひねることができるかどうかにかかっているでしょう。

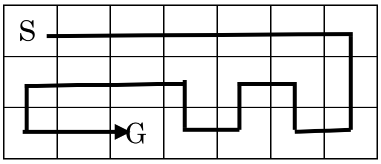
解答例

(1) たとえば次のような道順がある。

①



②



(2) たとえば次のように説明すればよい。

各マス目を図４のように塗り分ける。このとき 12 個のマス目は黒いマス目６個，白いマス目６個に塗り分けられ，どのような道順をとっても白と黒のマス目を交互に通る。

［Ｓは白いマス目なのでＳから始めて全てのマス目をまわっていくとそのときの色の順番は

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫

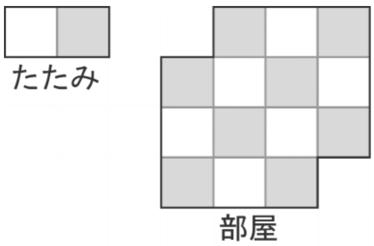
白→黒→白→黒→白→黒→白→黒→白→黒→白→黒

となる。したがって最後のマス目は黒でなければならない。ところがＧは白いマス目である。このことからＧが最後のマス目となることは不可能である。］

(3) 不可能である。

［理由］たたみと部屋を右の図のように塗り分ける。

部屋に 7 枚のたたみを敷き詰めることができるとすれば白のマス目と黒のマス目がそれぞれ 7 個ずつ必要になる。しかしこの部屋は黒いマス目 8 個，白いマス目 6 個でできている。したがって敷き詰めることは不可能である。



(4) 20×20 のマス目を次の図のように塗り分ける。このとき，塗りつぶされた 2×2 の正方形は 49 個ある。

マス目の線に沿って 2×2 の正方形をどのように切り取っても，その中には塗りつぶされ

た 49 個の 2×2 の正方形のうちのどれか 1 つとは必ず交わっているが，どれか 2 つ以上とは交わることはない。したがって，2×2 の正方形を適当に 45 個切り取ったとき，残った部分には塗りつぶされた 2×2 の正方形が少なくとも 4 個ある。したがって、たとえばこの 4 個の塗りつぶされた 2×2 の正方形を切り取ることにより少なくともあと 4 つの 2×2 の正方形を切り取ることができる。