

訂正

「解答と解説」に掲載した「解答例」に訂正があります。

(3)について、後述するように、単に答えを列挙するだけでは、それらすべてが条件を満たすこと、及び、他に条件を満たすものが存在しないことの説明が不十分であるため、解答例を修正したものをこの『採点を終えて』に掲載してあります。

また、(4)について、中央値が2であることから、「小さい方から数えて20番目と21番目にあたる得点がともに2である」場合のみが『解答と解説』に掲載されていますが、「小さい方から数えて20番目の得点が1、21番目の得点が3である」場合も考えられるので、これについても解答例を修正したものを掲載してあります。

配点

(1) 3点 (2) 7点 (3) 8点 (4) 8点 (5) 7点 (6) 7点

※ (1)(2)では、答えのみの記述でも正答として点を与えてあります。なお、(2)については、0点の生徒の人数に対して2点、3点の生徒の人数に対して2点、分散に対して3点としました。

(3)以降については、詳しくは後述しますが、説明が明らかに不十分であるが答えにたどり着いているものについては得点を減じてあります。

講評

【数学コンテストの「先輩」として】

今回、私は問題2の採点（問題作成は別の先生）を担当する『運営スタッフ』でしたが、30年ほど前は生徒の皆さんと同じようにコンテストの『参加者』で、第5回、第6回の入賞者でもありました。皆さんの『先輩』として、一言伝えたいと思います。

数学コンテストでは、これまでに、例を挙げればきりはありませんが、鳩の巣論法、フラクタル、完全数、かく乱順列、マッカーマン関数、不動点、同値関係（同値律）、距離空間、カントールの3進集合、オイラー円、ルーローの三角形、モーレーの定理など、高校の教科書ではお目にかからないような事柄について出題されることもありました。今回の問題3のような関数方程式も然りです。整数の合同式も、今では数学Aの教科書に当たり前のように掲載されていますが、数年前までは教科書に掲載されていなかった事柄です。その合同式について出題されたこともあります。これらについては、数学コンテストを通していろいろな数学の世界を味わってもらいたい、という気持ちが込められています。

問題2の採点を担当するにあたって、単に答えを見つけるだけでなく、どのようにすれば「過不足なく」答えを見つけられるのか、また、自分が答えに至った過程をどのようにして相手（採点者）に伝えればよいのか、を生徒の皆さんが考えるきっかけにしてもらえたらいいなあ、との思いから、解答の過程が厳密には不十分でも、甘めに採点をしました。

今回、問題2は5題の中で最も平均点が高く、0点もないという結果になりましたが、「コンテストのような難問、奇問、珍問で得点がとれた」といって喜ぶのではなく、「どこをどうすればより高得点を得られたのか」を考えるきっかけにもらいたいと思います。

【生徒の皆さんへの苦言】

全体を通して感じたことは、「こう書いておけばわかってくれるでしょ？」的な答案が多かったことです。(4)で四分位偏差を四分位範囲と間違えるような単純ミスもありましたが、多くは「いきなり答えだけ」「申し訳程度のぶっきらぼうな式だけ」という答案でした。

初歩的なものでは、(2)で「 $x=4$, $y=8$ 」と書かれただけの答案がありました。問題文にはどこにも x も y も書かれていません。また、(3)では、1行目からいきなり「62」とか「30」という値が用いられている答案がありました。問題文中にない文字を用いる際はその文字が何を表すのか、問題文中にない数値を用いる場合はそれがどのように導かれた値なのかを明示するように心がけてほしいものです。

また、(3)(4)では先述のように「答えを列挙しただけ」の答案も多かったです。数学では、導き出した答えが過不足ないことを示すことが不可欠です。コンテストに参加するような皆さんであれば、

2次方程式 $x^2 - x - 2 = 0$ に対して、

「 $x=2$ を代入すると等式が成り立つから、解は $x=2$ 」

といった解答はしませんよね。因数分解（または解の公式）を用いて解くことが、 $x=2$ だけでなく、 $x=-1$ も解になること、そして、 $x=2$, -1 以外に解がないことの担保になるのです。

(3)では、「 $a+c+d=30$, $2c+3d=62$ 」を用いている答案もありましたが、自分ではわかっているにもかかわらず、「 $a \geq 0$, $c \geq 0$, $d \geq 0$ 」が書かれているのといないのとでは重みが違います。

なお、(5)(6)は、分散の定義（偏差の2乗の平均）を考えると、平均値から遠い（近い）値が多くなれば分散が大きく（小さく）なるのは当たり前に感じますが、このことを数式を用いて示してもらいたかった設問です。別解に記載した、領域の考え方（線形計画法）を用いた生徒はいませんでした。

（北海道室蘭東翔高等学校 平間順宏）