

問題 4

[A] 方程式 $|2^l - 5^m| = 1$ …(*) の非負整数である解 (l, m) を求めよう。

- (1) 指数法則「 $a > 0$, p, q は自然数のとき, $a^p a^q = a^{p+q}$ が成り立つ」について, 指数 p, q が整数でも成り立つことを使って, 5^0 の値を導出しなさい。
- (2) 方程式(*)において, $m = 0$ のときの l の値を求めなさい。

【補足：指数方程式】

$a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ のとき, x の方程式 $a^x = M$ は唯一つの実数解をもつことが知られている

以下, (3)~(6)において, $m > 0$ とする。

- (3) 2^l の一の位の数を l の値で場合分けして書きなさい。(答えのみでよい)
- (4) 方程式(*)を満たす l は偶数しか取り得ないことを示しなさい。
- (5) 方程式(*)を満たす m は奇数しか取り得ないことを示しなさい。
- (6) 方程式(*)の非負整数解 (l, m) のうち, m が正の整数となるものをすべて求めなさい。

[B] 有理数(分母・分子ともに整数となるもの)を小数に直すと, 有限小数または循環する無限小数となる。ただし, 数字の表記についてはすべて10進数表記とする。

これについて次の間に答えなさい。

- (7) 2 から 9 までの自然数 k のなかで, 分数 $\frac{1}{k}$ が有限小数となるものをすべて答えなさい。(答えのみでよい)
- (8) 自然数 k について, $\frac{1}{k}$ が有限小数となるための k の条件を答えなさい。
- (9) 2 数 $\frac{n}{n+1}$, $\frac{n+1}{n}$ がともに有限小数となるような自然数 n をすべて求めなさい。