問題 1

合同な赤と青の正 n 角形（n は 3 以上の自然数）が 1 つずつある。

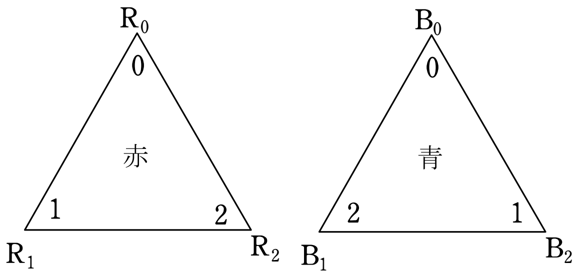
赤い正 n 角形の頂点を反時計回りに順に R_0，R_1，…，R_{n-1}，青い正 n 角形の頂点を反時計回りに順に B_0，B_1，…，B_{n-1} とする。頂点 R_0，R_1，…，R_{n-1} には番号 0，1，…，$n-1$ を，頂点 B_0，B_1，…，B_{n-1} には番号 b_0，b_1，…，b_{n-1} をつける。

さらに赤い正 n 角形の上に裏返すことなく青い正 n 角形をきっちり重ねる。

［A］ $n=3$ とし，$b_0=0$，$b_1=2$，$b_2=1$ とする。

赤い正 3 角形の頂点 R_0 に青い正 3 角形の頂点 B_0 を合わせて重ねたとき，頂点の番号は次のように対応する。

赤	0	1	2
青	0	2	1



(1) 頂点を 1 つずらして，赤い正 3 角形の頂点 R_1 に青い正 3 角形の頂点 B_0 を合わせて重ねたとき，および頂点を 2 つずらして，赤い正 3 角形の頂点 R_2 に青い正 3 角形の頂点 B_0 を合わせて重ねたとき，頂点の番号の対応表をそれぞれ作りなさい。

赤	0	1	2
青			

赤	0	1	2
青			

［B］ $n=7$ とし，$b_i=(2i$ を 7 で割った余り$)$ とする（$0\leqq i\leqq 6$）。

(2) 赤い正 7 角形の頂点 R_0 に青い正 7 角形の頂点 B_0 を合わせて重ねたとき，および頂点を 2 つずらして，赤い正 7 角形の頂点 R_2 に青い正 7 角形の頂点 B_0 を合わせて重ねたとき，頂点の番号の対応表をそれぞれ作りなさい。

赤	0	1	2	3	4	5	6
青	0	2					

赤	0	1	2	3	4	5	6
青							

［C］ n を奇数とし，$b_i=(2i$ を n で割った余り$)$ とする（$0\leqq i\leqq n-1$）。

(3) b_0，b_1，…，b_{n-1} の値はすべて異なることを証明しなさい。

(4) 頂点をいくつずらして合わせて重ねたとしても，赤い正 n 角形の頂点の番号と青い正 n 角形の頂点の番号が一致するところがあることを証明しなさい。

［D］ n を偶数とする。b_0，b_1，…，b_{n-1} を 0 から $n-1$ までの整数で，すべて異なるとする。

(5) どのような b_0，b_1，…，b_{n-1} に対しても，頂点を適当にずらして重ねたら，赤い正 n 角形の頂点の番号と青い正 n 角形の頂点の番号がすべて異なるようにできることを証明しなさい。