着眼点

この問題は，3 年前のノーベル経済学賞受賞者シャープレイが研究したシャープレイ・シュービック指数とも関係する Banzhaf 指数を使いました。 この値は自分の影響力を考えるため考案されたもので，本問題のように政治における発言力にも応用されています。本問題は公民の先生にアドバイスいただき，日本の衆参両議院にあったねじれ構造のモデルで出題しました。

この問題を解答して感じた人もいると思いますが，(1)，(3)から小さな党は発言力が小さく，小さい党が集まっても，影響力が大きくならないようです。また，(4)，(5)より大きい党への対抗策として，みんなが集まり 2 大政党を作ることなどが有効であることも，このモデルからわかります。

解答のキーポイントは，(2)と(5)の解答最初の文章です。この性質をうまく使って地道に考察，解答しています。

解答例

(1)　$Bz_L(A)$～Aの意思のみで可否が決まるので，$Bz_L(A)=1$

$Bz_R(D)$～$Bz_R(A)$ と同様に，Dが決定権を持つのは，AとCが同じ意思でBはその逆であるときのみで，$Bz_R(D)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

(2)　法案の可否は，L院で否決されたときはR院に関係なく法案は否決される

L院にて 3 分の 2 以上の賛成があればR院に関係なく可決され，L院にて賛成が過半数であり 3 分の 2 未満のときは，R院の可否が法案の可否となる

$Bz(A)$～Bが賛成の場合　Aが賛成するとつねに両院で可決

Aが反対するとL院で否決ゆえ否決

Bが反対の場合　Cが賛成のときは，Aが賛成するとL院で 3 分の 2 以上の賛成があり可決となり，Aが反対ならL院で否決ゆえ否決

他の場合は，Aに関係なくR院は否決，L院にて賛成数が 3 分の 2 未満ゆえ否決

よって，$Bz(A)=\dfrac{1\cdot2\cdot2+1\cdot1\cdot2}{2^3}=\dfrac{3}{4}$

$Bz(B)$～Aが反対の場合　Bに関係なくL院で否決ゆえ全体でも否決

AとCが賛成の場合　つねにL院にて 3 分の 2 以上の賛成があるので可決

Aが賛成，Cが反対の場合　Bが賛成なら両院で可決ゆえ可決

Bが反対ならR院は否決であり，L院にて賛成が 3 分の 2 未満であるので否決

よって，$Bz(B)=\dfrac{1\cdot1\cdot2}{2^3}=\dfrac{1}{4}$

(3)　条件よりCとDの意思が統一されているものとして考えると，(2)よりAが決定権を持つのは，Bが賛成，またはBが反対でCが賛成のときの 3 通り

したがって，$Bz(A)=\dfrac{3}{4}$ で，Aの発言力は変化しない

Bが決定権を持つのは(2)より，Aが賛成しCが反対のときの 1 通り

したがって，$Bz(B)=\dfrac{1}{4}$ で，Bの発言力も変化しない

(4)　(3)と同様に，B，C，Dの意思が統一されているものと考えると，Aが決定権を持つのは，Bが賛

成するときのみで，$Bz(A)=\dfrac{1}{2}$

つまり，Aの発言力は弱くなる

(5)　R院ではBの意思で賛否が決まるので，Bが決定権を持つのは，L院で賛成数が（過半数－Bの票数）以上（3 分の 2 を切り上げた数－1）以下，すなわち 4 以上 9 以下のときである

したがって，L院のA党 8 人とC，Dの意思を考える

Cが賛成の場合，A党員とDの賛成数計で取り得ない範囲は 0，1，8，9 であり，このときは

$1+{}_9C_1+{}_9C_8+1=20$ 通り

C が反対の場合，A党員とDの賛成数計で取り得ない範囲は 0，1，2，3 あり，このときは

$1+{}_9C_1+{}_9C_2+{}_9C_3=130$ 通り

以上より，$Bz(B)=1-\dfrac{20+130}{2^{10}}=\dfrac{437}{512}$

(6)　Bz(A)～Bが棄権するとき，L院でAは 3 分の 2 以上の票を持つので，Aは決定権を持つ

Bが賛成するとき，(2)よりAは決定権を持つ

Bが反対するとき，R院は否決ゆえAが賛成のとき 3 分の 2 以上の賛成を持つ必要があり，それはCが賛成，または，Cが棄権でDが賛成のときで，このとき，Aは決定権を持つ

$$Bz(A)=\frac{1\cdot3\cdot3+1\cdot3\cdot3+1\cdot1\cdot3+1\cdot1\cdot1}{3^3}=\frac{22}{27}$$

Bz(B)～(5)と同様にL院を考える

AとCが棄権するとき，棄権が 3 分の 2 以上となり否決

Aが棄権し，Cが棄権しないとき，Bは両院で過半数の票を持つゆえ決定権を持つ

Aが反対のとき，L院は否決ゆえ，全体でも否決

AとCが賛成するとき，L院で 3 分の 2 以上の賛成ゆえ可決

Aが賛成し，Cが反対するとき，賛成数が 3 分の 2 に届かず否決

Aが賛成し，Cが棄権するとき，Dが反対するときのみBが決定権を持つ

$$Bz(B)=\frac{1\cdot2\cdot3+1\cdot1\cdot3+1\cdot1\cdot1}{3^3}=\frac{10}{27}$$

(7)　(5)と同様に，Bが決定権を持たないのはＬ院で以下の 9 つの場合

①　棄権がいない場合　(5)より １５０ 通り

②　棄権が 1 人の場合　L院の賛成数が 0，1，2，3，10 のときで

$${}_9C_1(1+{}_8C_1+{}_8C_2+1+1\cdot{}_8C_1+{}_8C_3+1)=927 \text{ 通り}$$

③　棄権が 2 人の場合　L院の賛成数が 0，1，2，9 のときで

$${}_9C_2(1+{}_7C_1+{}_7C_2+1)+1\cdot(1+{}_9C_1+{}_9C_2+1)=1127 \text{ 通り}$$

④　棄権が 3 人の場合　L院の賛成数が 0，1，2，8 のときで

$${}_9C_3(1+{}_6C_1+1+{}_6C_2+1)+1\cdot{}_9C_1(1+{}_8C_1+1+{}_8C_2+1)=2367 \text{ 通り}$$

⑤　棄権が 4 人の場合　L院の賛成数が 0，1 のときで

$${}_9C_4(1+{}_5C_1)+1\cdot{}_9C_2(1+{}_7C_1)=1044 \text{ 通り}$$

⑥　棄権が 5 人の場合　L院の賛成数が 0，1 のときで

$${}_9C_5(1+{}_4C_1)+1\cdot{}_9C_3(1+{}_6C_1)=1218 \text{ 通り}$$

⑦　棄権が 6 人の場合　L院の賛成数が 0 のときで

$${}_9C_6\cdot1+1\cdot{}_9C_4\cdot1=210 \text{ 通り}$$

⑧　棄権が 7 人の場合　L院の賛成数が 0 のときで

$${}_9C_7\cdot 1+1\cdot {}_9C_5\cdot 1=162 \text{ 通り}$$

⑨　棄権が 10，11 人の場合　$1\cdot {}_9C_8+1\cdot 1=10$ 通り

以上より

$$Bz(B)=1-\frac{150+927+1127+2367+1044+1218+210+162+10}{3^{10}}=\frac{17278}{19683}$$