

問題 5

鋭角三角形 ABC の外側に、辺 BC を 1 辺とする正三角形 $A'CB$ を、辺 CA を 1 辺とする正三角形 $B'AC$ を、辺 AB を 1 辺とする正三角形 $C'BA$ を、三角形 ABC と同一の平面上に描く。

- (1) 解答用紙の三角形 ABC に、定規とコンパスを用いて、題意に合う図形を作図しなさい。
(free-hand でもよい)

解答用紙に図があるので、問に応じてそれぞれの原図を利用してもかまいません。

正三角形 $A'CB$ 、正三角形 $B'AC$ 、正三角形 $C'BA$ の外接円をそれぞれ円 P 、円 Q 、円 R とし、円 P と円 Q の交点で C 以外の交点を F とする。

- (2) $\angle BFC = \angle AFC = 120^\circ$ を示しなさい。
(3) 3 円 P 、 Q 、 R は F で交わることを示しなさい。
(4) 線分 AA' 、 BB' 、 CC' は F を通ることを示し、線分の長さについて、 $AA' = BB' = CC'$ を示しなさい。

三角形 ABC の内部に F と異なる点 S をとり、線分の長さの和 $AS + BS + CS$ を考える。

- (5) $AS + BS + CS > AF + BF + CF$ であることを示しなさい。