$\boxed{\text{配点}}$　(1)〜(5)　各 8 点

$\boxed{\text{講評}}$

この問題は，第 16 回数学コンテストの問題 2 を発展させたものです。早速皆さんの解答を見ていきましょう。

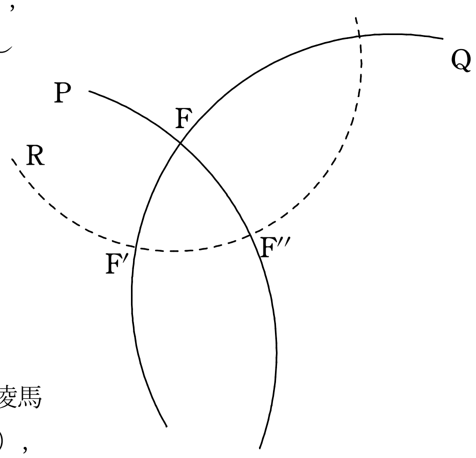
(1)　ほとんどの人が出来ていましたが，点をあげられなかったのは，△ABC と正三角形が重なった作図をした人，コンパスによる弧を残していない人でした。

(2)　円に内接する四角形の性質（向い合う内角の和は 180°）を用いた人が一番多かったです。次は，円周角の定理（$\angle BFC = \angle BFA' + \angle A'FC = 60° + 60° = 120°$）を用いた人の 2 種類の解答のみでした。半数以上が出来ていました。

(3)　2 円 P，Q は点F を通っているので，円R が点F を通ることがいえればよい。

それを，「2 円Q，R の 2 交点のうち A でない点を F′，2 円R，P の 2 交点のうち B でない点を F″ とおく」としてから，F′，F″ が F に一致すると主張する方法です。

しかし，右図のような場合はないのでしょうか。




$\angle BFC = \angle CFA = 120°$,

$\angle CF'A = \angle AF'B = 120°$,

$\angle AF''B = \angle BF''C = 120°$

からはいえないでしょう。

(3)まで出来ていた人は 40 名位でした。

(4)　(4までクリアーした人は，佐々木礼央（札幌南），林凌馬（旭川東），川村瑠（釧路湖陵），番場洸一（釧路湖陵），小畠教寛（札幌開成）の 5 名のみでした。

3 線分AA′，BB′，CC′ が F を通ることは

$$\angle AFA' = \angle AFC + \angle CFA' = 120° + 60° = 180°$$

などで容易に示すことができる。また，AA′＝BB′＝CC′ をいうだけなら

$$\triangle ACA' \equiv \triangle B'CB,\ \triangle BAB' \equiv \triangle C'AC$$

からいえる。だが，(5)を解決するためには

$$AA' = BB' = CC' = AF + BF + CF$$

を導き出しておく必要がある。この方法が第 16 回の問題 2 だったわけです。

また，$AS + BS + CS > AF + BF + CF$ は，3 点A，B，C からの距離の和が最小となる点が F であることを示している。この点F を「フェルマー点」という。

この問題の発展として，「一般の位置にある，空間の 4 点A，B，C，D に対して

$$AF + BF + CF + DF$$

が最小となるような点F がただ 1 つ存在する」この F をどのように求めるかが問題です。

（北海道札幌開成高等学校　古川政春）