配点

(1)(2)(3)　各４点　　(4)　８点　　　(5)(6)　各４点　　(7)(8)　各６点

講評

(1)，(2)，(3)，(5)，(6)は普通の確率の計算です。これはできてほしかったです。ただ，問題文を正しく読まないと，誤りに陥る可能性はありますね。

(4)，(7)，(8)は，考え方を自分なりに持っていなければ答えられません。「解答と解説」にも載せましたので改めて述べませんが，Bayes（ベイズ）の定理というものがあり，その原理による可能性の尺度が唯一のものであろうと思われます。興味のある人は教科書の「研究」か，図書館等で確率論や統計学の本を探して見てください。

生徒の解答の中から，いくつか紹介します。

(4)《帯広柏葉高　栗田君の答案から》

最初袋に入っていた状態が赤球6個，白球2個であった場合，1回目の試行で赤球2個，白球2個となる確率は

$$\frac{{}_6C_2 \cdot {}_2C_2}{{}_8C_4} = \frac{15 \cdot 1}{70} = \frac{3}{14}.$$

最初袋に入っていた球の状態と，その場合1回目の試行で「赤球2個，白球2個」となる確率との関係を表にすると

赤球(個))	8	7	6	5	4	3	2	1	0
白球(個))	0	1	2	3	4	5	6	7	8
確率	0	0	$\frac{3}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{14}$	0	0

はじめに無作為に選ぶ方法と，その確率を求めると

赤球(個)：白球(個)　　　確率

8 : 0　　$\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}$ …………………… ①

7 : 1　　${}_8C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{1}{32}$ ………… ②

6 : 2　　${}_8C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{7}{64}$ ………… ③

5 : 3　　${}_8C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{7}{32}$ ………… ④

4 : 4　　${}_8C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{35}{128}$ ………… ⑤

3 : 5　　${}_8C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{32}$ ………… ⑥

2 : 6　　${}_8C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{7}{64}$ ………… ⑦

1 : 7　　${}_8C_7\left(\frac{1}{2}\right)^7\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{32}$ ………… ⑧

0 : 8 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^8=\dfrac{1}{256}$ …………………… ⑨

したがって，1 回目の試行で赤球 2 個，白球 2 個が取り出される確率は

①のとき $\dfrac{1}{256}\times 0=0$ ②のとき $\dfrac{1}{32}\times 0=0$ ③のとき $\dfrac{7}{64}\times\dfrac{3}{14}=\dfrac{3}{128}$

④のとき $\dfrac{7}{32}\times\dfrac{3}{7}=\dfrac{3}{32}$ ⑤のとき $\dfrac{35}{128}\times\dfrac{18}{35}=\dfrac{9}{64}$ ⑥のとき $\dfrac{7}{32}\times\dfrac{3}{7}=\dfrac{3}{32}$

⑦のとき $\dfrac{7}{64}\times\dfrac{3}{14}=\dfrac{3}{128}$ ⑧のとき $\dfrac{1}{32}\times 0=0$ ⑨のとき $\dfrac{1}{256}\times 0=0$

$\dfrac{3}{32}=\dfrac{12}{128}$，$\dfrac{9}{64}=\dfrac{18}{128}$ より，可能性が最大の場合は⑤で，その可能性の高さは

$$\frac{\dfrac{9}{64}}{\dfrac{3}{128}+\dfrac{3}{32}+\dfrac{9}{64}+\dfrac{3}{32}+\dfrac{3}{128}}=\frac{18}{3+12+18+12+3}=\frac{3}{8} \quad \text{(答)}$$

少々の間違いはありましたが，最初の状態の起こり得る確率が可能性に影響することに気づいていたことは大切なことです。岩見沢東高　五十嵐君，札幌南高　横山君，帯広柏葉高　合浦君も同様によく考えられた答案でした。

(7)《帯広柏葉高　合浦君の答案から》

最初が赤球 x 個，白球 y 個となり，題意のように 2 回試行が行われる確率を $P(x,\ y)$ とすると

$$P(6,\ 2)=\frac{{}_8C_6}{2^8}\times\frac{{}_6C_2\times{}_2C_2}{{}_8C_4}\times\frac{{}_6C_3\times{}_2C_1}{{}_8C_4}=\frac{3}{128}\times\frac{40}{70}=\frac{3}{224}=\frac{30}{2240}$$

$$P(5,\ 3)=\frac{{}_8C_5}{2^8}\times\frac{{}_5C_2\times{}_3C_2}{{}_8C_4}\times\frac{{}_5C_3\times{}_3C_1}{{}_8C_4}=\frac{3}{32}\times\frac{30}{70}=\frac{9}{224}=\frac{90}{2240}$$

$$P(4,\ 4)=\frac{{}_8C_4}{2^8}\times\frac{{}_4C_2\times{}_4C_2}{{}_8C_4}\times\frac{{}_4C_3\times{}_4C_1}{{}_8C_4}=\frac{9}{64}\times\frac{16}{70}=\frac{9}{280}=\frac{72}{2240}$$

$$P(3,\ 5)=\frac{{}_8C_3}{2^8}\times\frac{{}_3C_2\times{}_5C_2}{{}_8C_4}\times\frac{{}_3C_3\times{}_5C_1}{{}_8C_4}=\frac{3}{32}\times\frac{5}{70}=\frac{3}{448}=\frac{15}{2240}$$

よって，最初の状態として最も可能性が高いのは赤球 5 個，白球 3 個で，その可能性は

$$\frac{\dfrac{90}{2240}}{\dfrac{30}{2240}+\dfrac{90}{2240}+\dfrac{72}{2240}+\dfrac{15}{2240}}=\frac{10}{23} \quad \text{(答)}$$

(8)《帯広柏葉高　合浦君の答案から》

最初が赤球 x 個，白球 y 個となり，題意のように 2 回試行が行われる確率を $Q(x,\ y)$ とすると

$$Q(6,\ 2)=\frac{3}{224}\times\frac{40}{70}=\frac{3}{392}=\frac{1200}{156800}$$

$$Q(5,\ 3)=\frac{9}{224}\times\frac{30}{70}=\frac{27}{1568}=\frac{2700}{156800}$$

$$Q(4,\ 4)=\frac{9}{280}\times\frac{16}{70}=\frac{9}{1225}=\frac{1152}{156800}$$

$$Q(3,\ 5)=\frac{3}{448}\times\frac{5}{70}=\frac{3}{6272}=\frac{75}{156800}$$

よって，最初の状態として最も可能性が高いのは赤球 5 個，白球 3 個で，その可能性は

$$\frac{\dfrac{2700}{156800}}{\dfrac{1200}{156800}+\dfrac{2700}{156800}+\dfrac{1152}{156800}+\dfrac{75}{156800}}=\frac{900}{1709}\qquad\text{(答)}$$

(7)，(8)については合浦君の答案を紹介しましたが，大変素晴らしいものです。

北海道札幌開成高等学校　古川　政春