

第3問

x を有理数として、次の問いに答えよ。ただし、

有理数 $\times$ 有理数＝有理数

無理数 $\times$ 有理数（0でない有理数）＝無理数

有理数 $+$ 有理数＝有理数

無理数 $+$ 有理数＝無理数

となることは用いてよい。

(1) 2次関数 $f(x) = \sqrt{2}x^2 - 3\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} + 2$ について

① $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ の値を求めよ。

② 1, 2 以外の有理数 s に対して、 $f(s)$ の値は無理数であることを示せ。（ $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてよい）

(2) 2次関数 $g(x) = \sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{3}x - 3\sqrt{3} + 1$ の値は x がどのような値に対して有理数になるのか述べよ。（ $\sqrt{3}$ が無理数であることを用いてよい）

(3) 2次関数 $h(x) = ax^2 + bx + c$ (a は0以外の実数。 b , c はすべての実数) について、3つの互いに異なる有理数 p , q , r に対して、 $h(p)$, $h(q)$ の値がともに有理数であり、 $h(r)$ の値が無理数である。このとき、 t が p , q 以外の有理数であるとき、 $h(t)$ の値は無理数となることを示せ。