配点　(1)　5点　(2)　8点　(3)　10点　(4)　12点　(5)　5点

解答例

(1)　△APOと△AQOについて，

$\angle APO = \angle AQO = 90°$ ……①

$PO = QO$ ……②

AOは共通……③

ゆえに，2辺が同じ長さの直角三角形なので合同である。

よって，$AP = AQ$

(2)　(1)から，$AP = AS$，$BP = BQ$，$CQ = CR$，$DR = DS$ である。

よって，$AB + CD = AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS$

$= BQ + CQ + DS + AS = BC + DA$

(3)　$\triangle MAB = \frac{1}{2}\triangle BCA$，$\triangle MCD = \frac{1}{2}\triangle DAC$．　よって，$\triangle MAB + \triangle MCD = \frac{1}{2}(\triangle BCA + \triangle DAC) = \frac{1}{2}S$

(4)　同様に，$\triangle NAB = \frac{1}{2}\triangle ABD$，$\triangle NCD = \frac{1}{2}\triangle CDB$．　よって，$\triangle NAB + \triangle NCD = \frac{1}{2}S$

$\triangle TAB + \triangle TCD = \triangle THE + \triangle THF = \frac{1}{2}S$

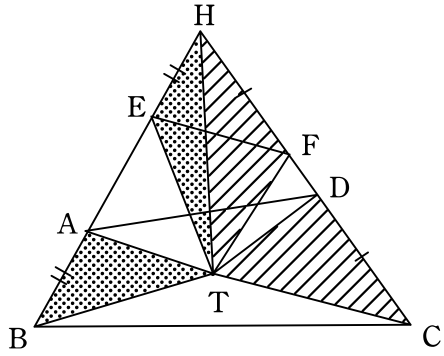
よって，$\triangle HEF + \triangle TFE = \frac{1}{2}S$

すなわち，$\triangle TFE = \frac{1}{2}S - \triangle HEF$(一定)

ゆえに，Tは線分EFと平行な直線上を動く。

もちろん点M，Nもその直線上にあるから，

Tは直線MN上を動く。




(5)　(2)から，$\triangle OAB + \triangle OCD = \triangle OBC + \triangle ODA = \frac{1}{2}S$

よって，(3)から，Oは直線MN上にある。

講評

ニュートンの定理を問題化したものでしたが，厳密には点M，Nが一致する場合なども考えないといけないのです。メインは(4)のところです。こちらをしっかり解いてくれたのが，新藤君（札幌南２年），難波君（旭川東１年），紺田君（室蘭栄２年），浜田君（室蘭栄２年），栗原さん（札幌西１年），森君（函館中部１年）の６名です。今回は，(1)〜(3)が得点できた人が多く，40点満点中23点の人がダントツ多かったです。１年生は来年も是非受けてみて下さい。

（北海道札幌開成高等学校　古川政春）