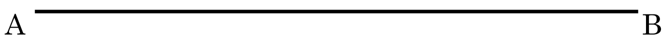
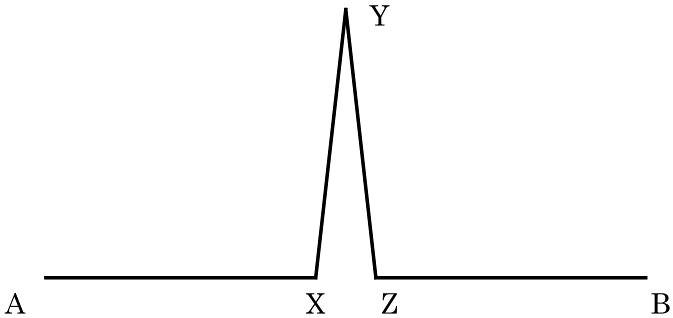
問題５

下図【Fig－1】のように，長さ 10 の線分 AB が存在する。線分 AB を，【Fig－2】のように AX＝XY＝YZ＝ZB＝$\dfrac{9}{2}$ となる折線 AX - XY - YZ - ZB に変換する。



【Fig－1】

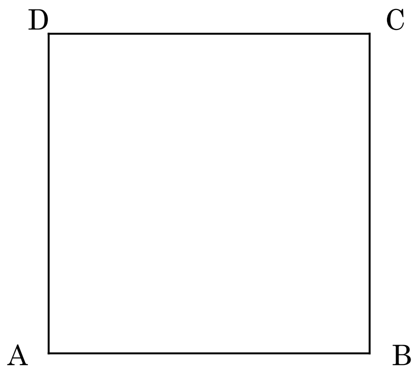


【Fig－2】

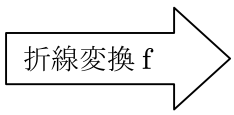
この変換を「折線変換 f」と定義する。

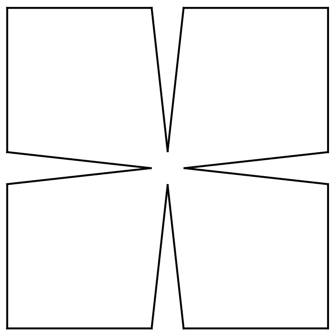
(1) 【Fig－2】において，△XYZ の面積を求めよ。

(2) 【Fig－3】のような１辺の長さが 10 である正方形 ABCD の各辺に「折線変換 f」を行った図形【Fig－4】の面積を求めよ。



【Fig－3】

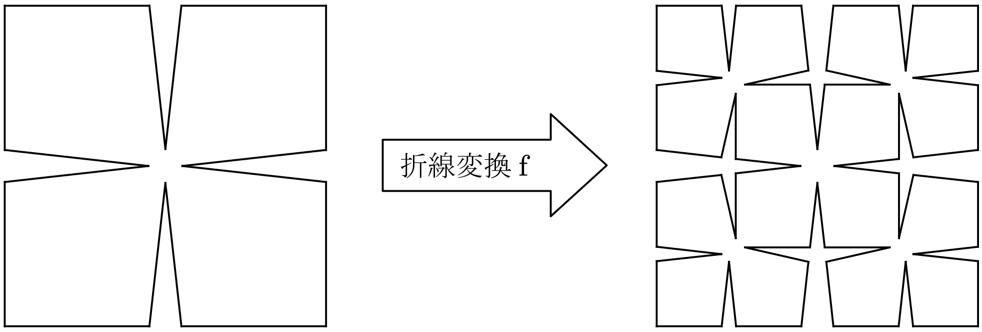




【Fig－4】

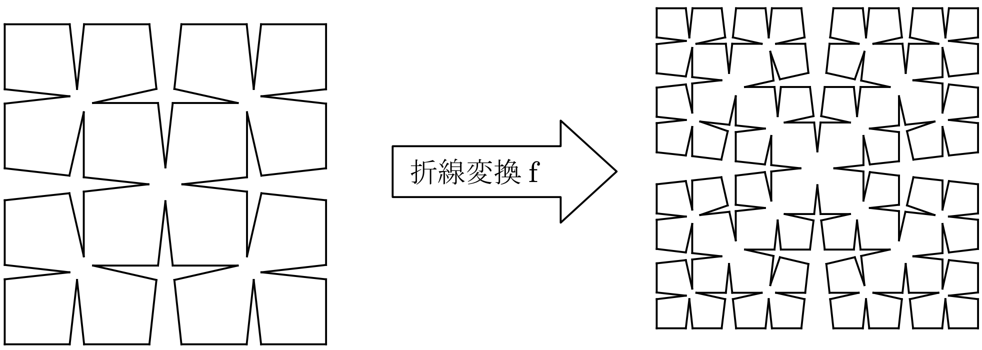
ここで，一般に，長さ l の線分 AB に対しても，AX＝XY＝YZ＝ZB＝$\dfrac{9}{20}l$ となる折線 AX - XY - YZ - ZB に変換することを「折線変換 f」と呼ぶことにする。

(3) 【Fig－4】の図形の各辺に「折線変換 f」を行った図形【Fig－5】の面積を求めよ。



【Fig－4】　　　　　　　　　　　　　　【Fig－5】

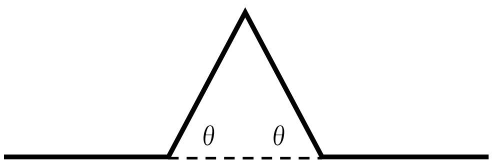
(4)【Fig－5】の図形の各々の辺に「折線変換 f」を行った図形【Fig－6】の面積を求めよ。



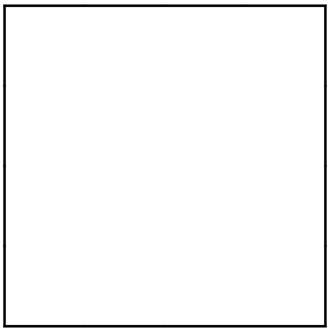
【Fig－5】　　　　　　　　　　　　　　【Fig－6】

(4) 次に，図【Fig－1】の直線 AB(長さ 10)を 4 等分し，4 等分した点が，【Fig－7】のように関節のように曲がるものとする。この変換を g とする。

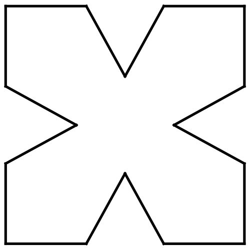
【Fig-1】



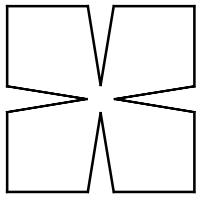
【Fig－7】



【Fig－3】



【Fig－8】



【Fig－9】

この変換 g において，
【Fig－7】のように曲がる角が θ のとき，１辺が 10 になる正方形【Fig－3】の各辺に，変換 g を実施し【Fig－8】を完成させた。
更に，【Fig－8】の曲がる角 θ を大きくして【Fig－9】を完成させた。角 θ を 0° から 90° まで変化するにしたがって【Fig－3】の面積＞【Fig－8】の面積＞【Fig－9】の面積と変化することがわかる。【Fig－3】と【Fig－9】との面積の比を θ を用いて表せ。