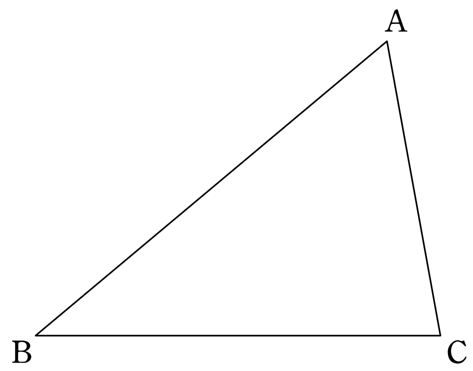
問題２



△ABCにおいて，各辺の垂直二等分線の交点を外心(三角形の外接円の中心)，中線(各辺の中点ともう一つの頂点を結んだ線分)の交点を重心，各頂点から向かい合う辺に引いた垂線の交点を垂心といい，それぞれO，G，H表す。なお，外心，重心，垂心のいずれについても３線が一点で交わること(たとえば，外心を求める場合，２線の交点として求めてよい)，および，重心Gは中線を2：1に内分する点であることは証明せずに使ってよい。また，鈍角三角形の場合など，三角形の形状によっては異なる図で考えなければならない場合もあるが，本問においては鋭角三角形の場合のみ考えることとする。

(1) 解答用紙図１の△ABCについて，辺BCの垂直２等分線および辺CAの垂直２等分線を定規とコンパスを使って作図し，外心Oを求めよ。(三角定規の直角を用いてはいけない) なお，作図に使った点や線，コンパスの線の跡は消さないこと。

(2) 解答用紙図２の△ABCについて，点Aから辺BCに引いた垂線および点Bから辺CAに引いた垂線を定規とコンパスを使って作図し，垂心Hを求めよ。(三角定規の直角を用いてはいけない) なお，作図に使った点や線，コンパスの線の跡は消さないこと。

（なお，定規とコンパスがない場合，フリーハンドで図をかいてもよいが，コンパスの使用箇所について説明とコンパスの線の跡を描き入れること。）

一般に，△ABCの外心O，重心G，垂心Hは一直線上にあり，GH＝2GOが成り立っている。(このことをオイラー線の定理と呼ぶことがあり，３点O，G，Hを通る直線をオイラー線という。) このことを証明したい。

(3) △ABCについて，辺BCの中点をL，外接円の直径をCDとするとき，DBとOLは平行である。このことを表す図を図３の中に描き，このことを証明せよ。

(4) 四角形ADBHは平行四辺形であることを証明せよ。

(5) 線分OHと線分ALの交点をG′とするとき，△G′AHと△G′LOが相似であることを示し，相似比を求めよ

(6) 点G′が△ABCの重心Gと一致することを証明せよ

補足：オイラー線の定理を証明する方法は他にもある，(3)〜(6)の方法を用いずに証明してもよいが，その場合は解答用紙に別解と明記した上で解答すること。