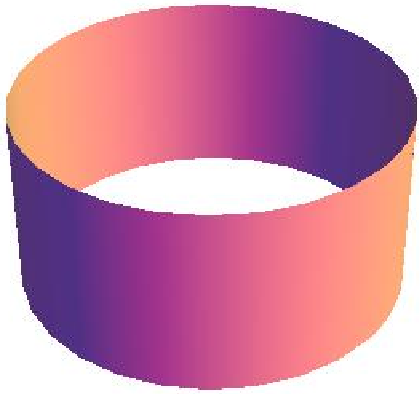
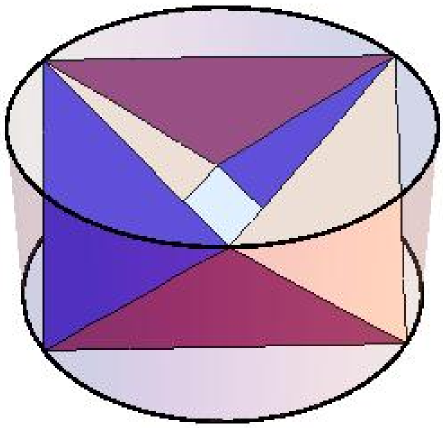
[解答例]

(1)　半径 1，高さ 1 の円柱の側面の展開図は，
　縦 1，横 2π の長方形となるので，
　円柱の側面積＝$1\times 2\pi = 2\pi$ …（答）



[展開図]

(2) 上面の半径 1 の円に内接する正三角形 ABC の
　１辺の長さを求める。１辺の長さ＝AB＝BC＝CA＝a
　とおく。



正弦定理より，$\dfrac{a}{\sin 60^\circ}$＝２より，$a = 2\sin 60^\circ = \sqrt{3}$

上面は，１辺の長さが$\sqrt{3}$の正三角形となる。
　三角形 ABC と円の中心 O とするとき，

中心角＝$\dfrac{360^\circ}{3}$＝120°

OP＝１（半径）

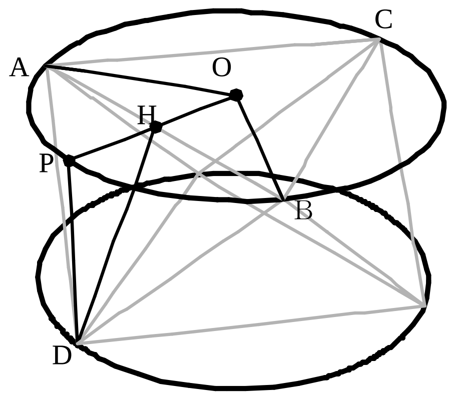
OH＝$\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

PH＝$\dfrac{1}{2}$

PD＝１より

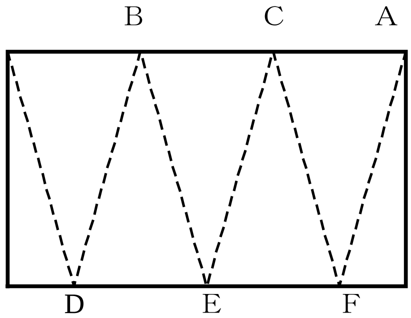
三平方の定理　$HD^2 = PD^2 + HP^2$

HD＝$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$



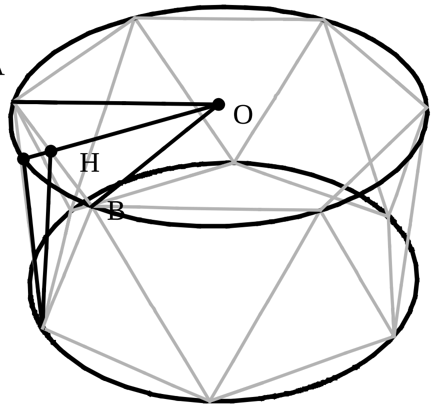
展開図は，縦$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，横$3\sqrt{3}$の長方形となり

側面積＝$3\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2} = \dfrac{3\sqrt{15}}{2}$ …（答）



[展開図]

(3) 上面の半径 1 の円に内接する正 n 角形の 1 辺の長さを求める。

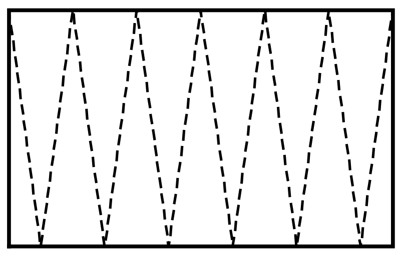


正 n 角形の中心角 $=\dfrac{360°}{n}$

$\mathrm{OH}=\cos\dfrac{180°}{n}$

$\mathrm{AH}=\sin\dfrac{180°}{n}$

$\mathrm{AB}=2\sin\dfrac{180°}{n}$ （1 辺の長さ） $\mathrm{HP}=1-\cos\dfrac{180°}{n}$



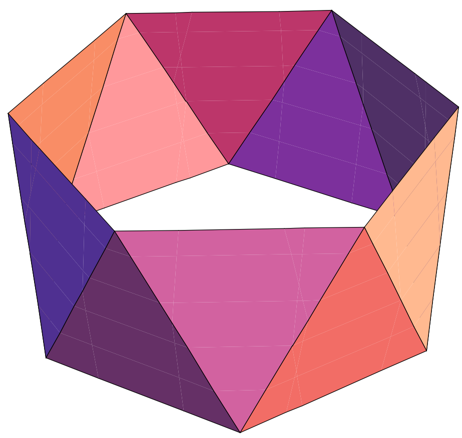
[展開図]

三平方の定理 $\mathrm{HQ}^2=\mathrm{PQ}^2+\mathrm{HP}^2$

$\mathrm{HQ}=\sqrt{2-2\cos\dfrac{180°}{n}+\cos^2\dfrac{180°}{n}}$ （高さ）

展開図は縦 $\sqrt{2-2\cos\dfrac{180°}{n}+\cos^2\dfrac{180°}{n}}$，横 $2n\sin\dfrac{180°}{n}$ の長方形となる。

側面積 $=2n\sin\dfrac{180°}{n}\times\sqrt{2-2\cos\dfrac{180°}{n}+\cos^2\dfrac{180°}{n}}$ …（答）



(3)は $n=6$ のときは，横 6，縦 $\sqrt{\dfrac{11-4\sqrt{3}}{4}}$ の長方形なので

$n=6$ を代入すると，

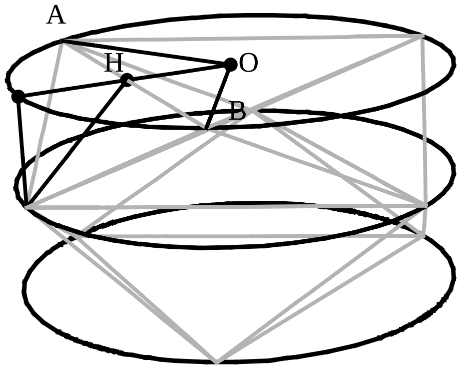
側面積 $=2\times6\times\sin\dfrac{180°}{6}\sqrt{2-2\cos\dfrac{180°}{6}+\cos^2\dfrac{180°}{6}}$

$=2\times6\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{4}}$

$=3\sqrt{11-4\sqrt{3}}$ …（答）

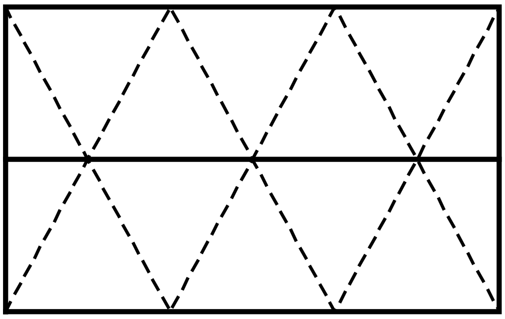
(4) (3)の解答と同じ。

(5) 縦に m 等分すると，



$\mathrm{PQ}=\dfrac{1}{m}$，$\mathrm{PH}=\dfrac{1}{2}$，$\mathrm{HQ}^2=\mathrm{PH}^2+\mathrm{PQ}^2$ より

$\mathrm{HQ}=\dfrac{\sqrt{m^2+4}}{2m}$



側面積$=3\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{m^2+4}}{2m}\times m$

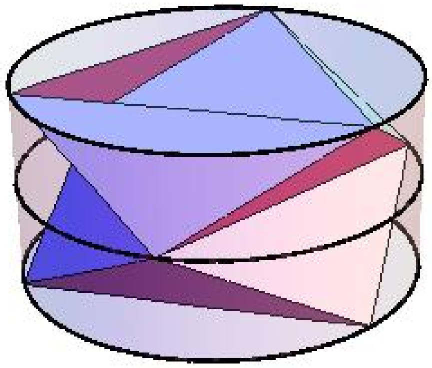
$=\dfrac{3\sqrt{3}\sqrt{m^2+4}}{2}$

$m=2$を代入すると

側面積$=3\sqrt{6}$…（答）

(6)　同様にして，正n角形のm等分のときを考える。

$\mathrm{PQ}=\dfrac{1}{m}$，$\mathrm{HP}=1-\cos\dfrac{180^\circ}{n}$，$\mathrm{HQ}^2=\mathrm{PH}^2+\mathrm{PQ}^2$より



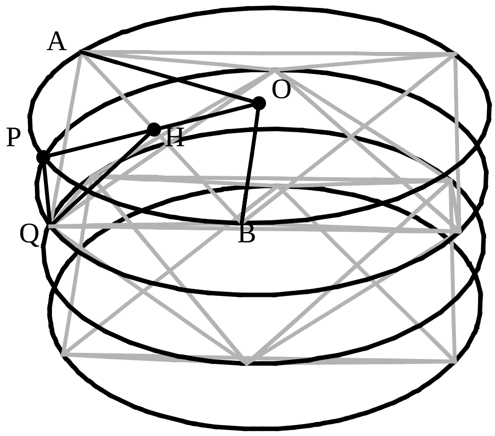
$$\mathrm{HQ}^2=\frac{1}{m^2}+1-2\cos\frac{180^\circ}{n}+\cos^2\frac{180^\circ}{n}$$

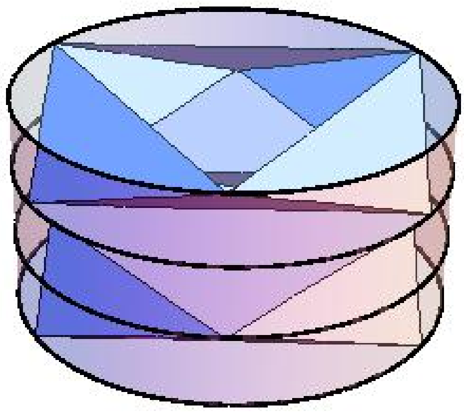
$$\mathrm{AB}=2\sin\frac{180^\circ}{n}$$

側面積

$$=m\times 2n\sin\frac{180^\circ}{n}\sqrt{\frac{1}{m^2}+1-2\cos\frac{180^\circ}{n}+\cos^2\frac{180^\circ}{n}}$$

$$=2n\sin\frac{180^\circ}{n}\sqrt{1+m^2-2m^2\cos\frac{180^\circ}{n}+m^2\cos^2\frac{180^\circ}{n}}\ \cdots\text{（答）}$$





【着眼点】高校の数学においては，１変数関数$f:\Re\to\Re$を主に扱うが，大学の数学においては，多変数関数$g:\Re\times\Re\to\Re$を扱う。その準備として，正n角形のm等分の側面積を，「$(n,m)\to\Re$の関係から導きだせるか。」が論点である。日本の著名な「解析概論」（高木貞治著）「解析学序説」（一松信著）から引用した。