## 第２問

∠B，∠C がともに鋭角である△ABC の外側に，正方形AEDB と正方形 ACFG をつくる．

⑴　解答用紙の△ABC に２つの正方形を作図せよ．（フリーハンドでもよい）

⑵　辺 AE，辺 AG を２辺とする平行四辺形 AGIE を作図し，△ABC≡△EAI を証明せよ．（作図はフリーハンドでもよい）

直線 IA と辺 BC の交点を J とする．

⑶　∠IAE＋∠EAB＋∠BAJ＝180° を利用して，IJ⊥BC を証明せよ．

BI と CD の交点を K とする．

⑷　△ABI≡△BDC を証明せよ．

⑸　４点 I，K，J，C が同一円周上にある（四角形 IKJC が円に内接する）ことを証明せよ．

⑹　∠IKC を求めよ．

⑺　直線 IJ が BF と CD の交点を通ることを示せ．

## 第２問

着眼点

Ⅰ　この問題（証明）から，次のことが示されます．

「△ABC の外側に正方形 AEDB，正方形 ACFG をとる．BF と CD の交点を H とするとき，直線 AH と直線 BC は直交する．」

Ⅱ　本文では，「∠B，∠C がともに鋭角」と明示しましたが，鈍角の場合もⅠは成り立ちます．ただし，直線 AH は辺 BC とは直接交わらないので直線 BC と表しています．生徒は，ぜひ鈍角の場合の証明にも取り組んでください．

Ⅲ　Ⅰを証明するには，本問の方法以外に，平行移動や回転移動を用いた，別の証明方法があります．

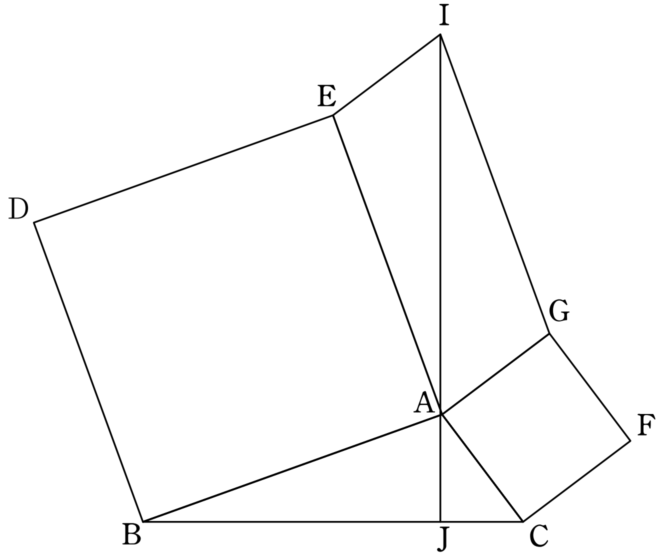
Ⅳ　本来，△ABC も自分で作図すべきですが，ここでは，一般的な三角形を与えることにしました．

Ⅴ　解答例では，各頂点から対辺におろした垂線は１点（垂心という）で交わることを既知としてありますが，１点で交わることの証明も示せるようにしておきましょう．また，垂心のほか，重心，内心，外心，傍心をあわせて，三角形の５心と呼びます．垂心とあわせて，これらの性質を理解しておくとよいでしょう．

解答例

(1)　右図のとおり

(2)　図は右図のとおり




△ABC と△EAI において

AB＝EA

AC＝EI(＝AG)

∠BAC

＝180°－∠EAG

＝180°－(∠EAI＋∠IAG)

＝180°－(∠EAI＋∠EIA)

＝∠AEI

よって，△ABC≡△EAI

(3)　∠IAE＋∠EAB＋∠BAJ＝180°

(2)の結果より

∠IAE＝∠CBA＝∠JBA であるから，

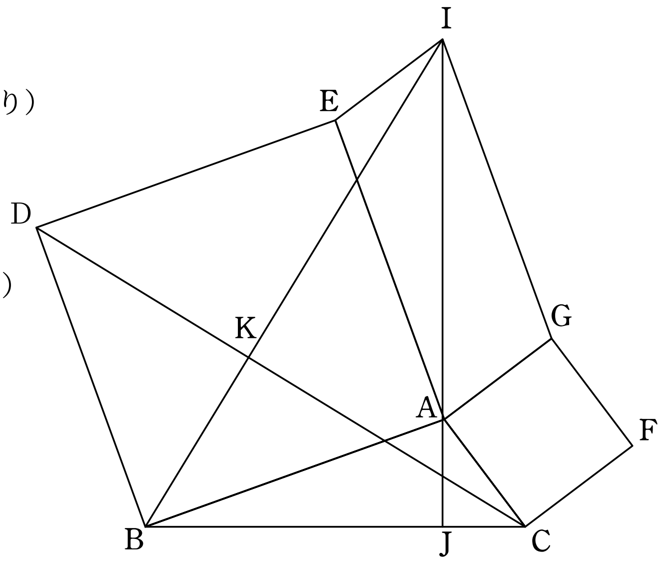
∠JBA＋90°＋∠BAJ＝180°　　ゆえに，∠JBA＋∠BAJ＝90°

∠JBA＋∠BAJ＋∠AJB＝180° より，

90°＋∠AJB＝180°　　ゆえに，∠AJB＝90°

よって，IJ⊥BC

(4)　△ABI と△BDC において，




AB＝BD

AI＝BC（△EAI≡△ABC より）

∠BAI

＝∠BAE＋∠EAI

＝90°＋∠ABC

（△EAI≡△ABC より）

＝∠DBA＋∠ABC

＝∠DBC

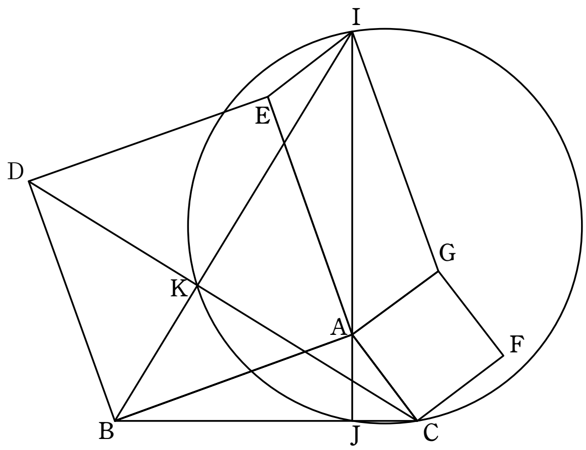
よって，△ABI≡△BDC

⑸　⑷の結果より

$$\angle\mathrm{AIB}=\angle\mathrm{BCD}$$

すなわち，$\angle\mathrm{JIK}=\angle\mathrm{JCK}$

よって，４点 I，K，J，C は同一円周上にある．




⑹　⑸の結果より，$\overset{\frown}{\mathrm{CI}}$ に対する円周角は等しいので

$$\angle\mathrm{IKC}=\angle\mathrm{IJC}=90^\circ$$

⑺　CI と BF の交点を L とすると，

⑷と同様にして $\triangle\mathrm{ACI}\equiv\triangle\mathrm{CFB}$ が得られ，

⑸と同様にして ４点 I，L，J，B が同一円周上にあることがわかる．

したがって，⑹と同様にして

$\angle\mathrm{ILB}=90^\circ$ が得られる．

　よって，三角形の垂心の性質より，$\triangle\mathrm{BCI}$ において，各頂点から対辺におろした垂線は１点で交わることから，IJ は BF と CD の交点を通る．