第５５回数学教育実践研究会講演資料

数学教育へのモノローグ

林　　　雄一郎

0　はじめに

数学教師になったのは、“数学の伝道者”という高揚した思いからである。高校・大学の恩師の影響は強かった。ソフトウェア技術者から高校教師への道は平坦ではなかった。教師として駆け出しの頃は、数学者的人生観にこだわっていた。教職生活30有余年が過ぎ去ろうとしているが、教壇に立つ高揚した気分の余燼はくすぶり続ける。数学教師は、数学をどう考え、時代の流れを読み解き、どう教えるべきか？モノローグ風に日頃感じていることを述べたいと思う。参考になれば幸いである。

1　数学教育現代化を再考する

数学教育は「数学の教育」という意味だから、教育の一分野である。数学と教育を1/2ずつ足したものということではない。ところで数学者が数学教育に見解を表明する機会は多い。学識経験者として教課審で発言する場もある。彼らは数学研究者あるいは大学教育に携わる観点からの発言が多く、時として数学側に偏った発言が見受けられる。現在問題になっている“学力低下”論議もそういう側面がまま散見される。また、そういう発言には数学教師も迷わされる。高名な数学者ほどその影響が大きい。もちろん迷った我々教師にも主体的な判断が欠けている責任の一端はある。私も随分右往左往した。この点で過去の事例を振り返ってみたい。

戦後、日本の数学教育が大きく振れたのは数学教育の現代化の時である。1968年、小中高の学習指導要領が順に改訂告示、1973年から実施された。集合や論理、写像、ベクトル、行列など目新しい教材が入ってきたのである。これは科学技術の進展に見合う数学教育の要望や数学の理論は数学的構造の理論であるとしたBourbakiの構造主義（群・環・体・リー群などの代数系、位相空間・多様体・ヒルベルト空間などを導入し公理論的数学体系を構築する動向で起源はヒルベルトの公理主義）の影響であり、国際的に現代化が進行した時期と重なる。

かつてドイツの或るギムナジウムを訪問したおりに、*Lineare geometrie*（線形代数、1976）、*Analysis* Ⅰ（解析Ⅰ,1977）という２冊の教科書をいただいた。線形代数には、群・体、ベクトル、内積・底・１次独立、次元、アフイン座標系、行列式、n元連立１次方程式、ベクトル方程式、正規直交系など、また解析Ⅰには実数体、実関数（Rolleの定理ぐらいまで）が載っていた。扱う対象を簡単にしながら大学教養程度のレベルの内容に踏み込む工夫が見られる。残念ながら*Analysis*Ⅱは手に入らなかったが推察できる。ドイツの学校制度では、日本の小学校４年で進路が国民学校、職業学校、ギムナジウムに分かれるのでギムナジウム進学者はおよそ1/3となり生徒のレベルが日本と違うとしても教科書のレベルは高いし、1970年代の現代化運動の影響を受けた教科書であることが分かる。

米国では1950～60年代、New-Math運動が起こり、大学教育の質的向上を図るため高校数学を抽象化させた。しかし、1963年当時、New-Math批判が高まり「基礎に帰れ（Back to basic）」運動で基礎基本の重視・精選へと回帰して行く。基礎技能の中に問題解決力があげられこれが1980年代の焦点になっていく。「問題解決は、学校数学の焦点とならなければならない」はAn Agenda for Action(NCTM,1980)の勧告であった。これはやがて、「学校数学におけるカリキュラムと評価のスタンダード」（NCTM、1989）に結実していった。日本では1960年頃から現代化が叫ばれ「ユークリッドを破棄すべし」という議論が起こっていた。66年には日本数学教育学会が「数学教育の現代化」という本を発刊した。67年、当時大学生だった私は数学科教授法の講義でユークリッド幾何教育はもう古いという批判を聞いた。70年には学習指導要領が改訂告示され、73年実施がスタートした。道研では現代化講座が開催された。しかし、日本でも構造を重視する余り具象から抽象へと進む子供の内的発達、計算技能など基礎基本に配慮が足りない、落ちこぼれの存在など現代化版カリキュラムには逆風が巻き起こった。丁度、高校進学率が高まる時期に当たり（1974年は90%）生徒の多様化が進行していく時代背景であった。

こうして、指導要領は通常10年間隔で改訂されていくが現代化版は８年という短命で終わり次のバージョン（78年告示）に席を譲ることになる。

Bourbaki著「数学原論」は、その序の冒頭に「ギリシャ以来、数学とはすなわち証明である・・・」という有名な言葉がある。確かにこうした数学の構造化には「なるほど」と感心したものである。しかし、数学としてどんなに素晴らしくても、学校数学として生徒に教えるとなるとそれはまた別物だということになる。現代化推進に当たっては高名な数学者、数学教育研究者らが名を連ねていた。私個人は、市民の数学的素養のレベル向上は大賛成である。それは、知的な素養としての数学の役割が大切だと思うからである。だがそういう思いは、喩えは悪いが、メフィストフェレスに魂を売り渡したファウストのそれに似ているかもしれない。その後の流れは、生徒の多様化が進むとともに、学習内容の精選、個に応じた指導法、生涯学習の基礎としての基礎基本と情意形成、コンピュータの活用、生活に生かす視点の重視、週５日制移行にともなうゆとり教育に振れ大幅な精選が行われて今日に至っている。ゆとり教育導入に際しては「少なく教えて多くを学ばせる」ということが言われた。精選と学習転移の促進である。これは授業時間が少なくなる中で理想的な教授法のように思われるが「言うは易し、行うは難し」である。それは昨今の状況を見れば分かる。

以上述べてきたように、数学教育には時代の流れや社会の変化の中で流行がある。それは論理主義（学問中心）と直観主義（実用的、子供中心）という両極端を交互に、振り子のように単振動しているようにも思える。“流行”というものを左右する数学者や数学教育者の提言と指導要領の動向には注意を払っていきたい。その上で我々は数学教育のプロとして“不易なるもの”をしっかり見定め、しかるべき場で発言していくよう努めたい。

2　Brunerの仮説

螺旋型カリキュラムというのは、同じテーマ（内容）を繰り返し発達段階に応じて教えるものである。現代化のときは例えば集合を小学校から教え、中高になるにつれて高度になるようにして教えていった。これはブルーナー著「教育の過程」(1961)に書かれていた「どの教科であれ、知的性格をそのまま保って、発達のどの段階のどの子供にも効果的に教えることができる」という有名な教育仮説に基づいている。彼は、米国の行動主義心理学、認知心理学の大御所であり、知識の構造や発見的方法を重視し、２で述べた数学の現代化運動を支えた教育理論を提唱した。私がこの仮説を知った当時、これは正しそうだし、現代化はうまくいくと思っていた。また、彼は著書の中で学習レディネスや内発的動機付け（モチベーション）という疑問や知的好奇心（「おや？」「あれ、変だな！」「どうしてだろう？」）を子供に起こさせ学習に誘導する方略を提唱した。その一つが知的好奇心の充足を子ども自身にまかせ、独自に解決を促す発見学習である。

ところで、現代化は失敗に帰した。何が原因だったのか？ブルーナーの仮説に誤りがあったということだろうか。その事に関するしっかりとした実証的検証が必要である。私自身は、現在もこの仮説を信じたい立場であり理念は間違っていないと思う。ただし、小学校段階から入れるのではなく、十分に抽象能力をもった高校段階からである。余力のある高校生には例えば大学出前講義等で抽象数学の初歩に積極的に触れさせたいし、我々高校教師もトピックス的にそういう内容に触れるべきと考えている。数学の高大ギャップは抽象性・厳密性だと思う。大学の数学の講義に最初に面食らうのはこれである。

学力低下批判に応えて文科省は「確かな学力」の育成に舵を切り、指導要領の中身はミニマムと宣言したが、これは当然の成り行きである。我々の教材研究もこの方面からのアプローチが求められていい。生徒の実態に応じてどんな教材を扱うか考えたい

また、問題解決学習も現代化以降の1980年代の数学教育の潮流になった。現代化は学問中心主義の系統学習を重視していたので、体験重視の問題解決学習に振れたのは自然の成り行きだった。しかし、これはNCTM（全米数学教師協議会）アジェンダの影響でもある。

なお、問題解決の方略に関してはポリヤの著書は余りにも有名である。

日本のカリキュラムにはこういう方法論（修辞法、弁論術なども含めて）に関する学習内容がないのはどういうわけだろうか。

3　学力問題

この問題は大学人から提起された。入試を課して入学生に一定の学力をキープするシステムが崩れ、最近、自前で補完（remedial）教育を行う大学が増えている。例えば北大でも取り組んでいると聞いている。高校側にとっては複雑な思いである。

この背景には、ＡＯ入試や推薦入試など入試の多様化、高校のカリキュラム多様化、少子化で学生が集まらない中で入試科目を増やせないなどの事情がある。一方、学部教育の質的向上に数学が必要なため大学独自で行わねばならないのである。

この現象を高校側に置き換えて考えてみれば、高校へ入学してきた生徒が当然身につけているべき学力を欠如していれば落胆は大きいし、限られた授業時数の中で補強する余裕は無いから困ったことになる。大学も同じ思いであろう。

例えば、立命館大学経済学部では数学を入試に課していないため、数学を苦手とする学生が多いという。このため「分析ツール」という科目を設けて数学の補完教育を行っている。行列とベクトル、確率、逆関数、指数・対数、微分などをまったく学んでいない、小中レベルの算数、数学すらできない学生もいたというから驚きである。

「分数ができない大学生」（西村和雄著1999）でも触れられている連立方程式の幾何的解釈が分からないとか直線を座標平面に描けない学生もいるとか。一方、数学が得意な学生にとってはこの科目は退屈となり両極分化が甚だしいという。

そこで「数学プレースメントテスト」の結果で習熟度クラス編成をして指導しているという。テスト内容は、分数や小数の四則演算、平方根、因数分解、２次方程式など小学校から高校１年までに履修するものである。その分布を見ると平均点を挟んで二つの山が見られる。分析結果は、ネックとなっているのは連立方程式と２次方程式であり、連立方程式が分からない者は２次方程式も分からないという。さらに、一般常識や社会常識に欠けた答案も見られた。この状況は他の私立大学も抱える共通の問題であると結論付けている。資料を見る限り基礎学力の低下が進行しているということであろう。あらためて各学校段階での基礎基本の定着が問われている。これは、大学教育が困るからということよりも、国民が等しく身につけるべき基本的な数学的素養はしっかりと定着させることが大事ということである。

また、先頃行われた国際調査（経済協力開発機構OECDのPISA調査、国際教育到達度評価学会IEAの国際数学・理科教育動向調査TIMSS）でも学力低下が指摘された。

OECDのPISA2003調査（高校１年生対象）での数学的リテラシーに関する問題は生きて働く観点（生活単元的）からの出題だった。PISA2000との比較で１位から６位にさがったということで大騒ぎとなった。この調査における数学的リテラシーとは「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在および将来の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠に基づき判断を行い、数学に携わる能力」と定義している。

すなわち、PISA調査では学校数学で扱われる一定範囲の習得を超えた部分まで評価するとともに、生徒が持っている知識や経験をもとにして、自らの将来の生活に関係する課題を積極的に考え、課題解決に知識や技能を十分活用する能力があるかどうかをみるものである。現実世界（real world）で使える問題解決力である。これは生徒個人の生活体験の豊富さとも関係するし、学校数学の内容と一致するものではない。まして受験数学の問題解決力とは大きく異なる。したがって、成績の国際比較はカリキュラム比較との関連で分析する必要があるかもしれない。また、数学的素養がPISA調査における数学リテラシーとどういう関係にあるか議論が必要である。

一方、TIMSS2003調査（小学４年、中学２年が対象）では、教育課程実施による知識・技能の習得度が評価されたが、中学２年については有意に低下が指摘されている。

また、PISAやTIMSSで算数・数学に関する興味関心が国際的レベルで低いことが指摘されている。これは授業の工夫が不足しているからでしっかりとした反省が必要である。

改善の方向性として文科省は、①基礎的・基本的な計算技能の確実な定着と数量・図形

などの基本的な意味の理解、②数学的に解釈する力の育成、③実生活との関連付けと数学の有用性を実感させる、という３つの指導の充実を提言しているが・・。

4　数学的美への目覚め

数学を学ぶ価値は、美しい“秩序と調和”が存在するという美意識を得ることにある。現実の世界は混沌として不可解や矛盾に満ちている。矛盾に満ちた人間が闊歩する世界だからそれは当然かもしれない。そんな世界に失望したり、幻滅を感じながらも人は生きている。しかし、明日に生きる青少年には大きな夢が必要である。生徒には、challenge the dream！と言ってきた。生徒もこの言葉が好きである。

数学の世界に思索を転じればそこには美しい秩序と調和を発見できる。美しさというものはそれ自体が価値を持ち、人間は本来的に心の奥でそれを求めている。美の形は様々だが、それらはいずれも共通したものが底にあるに違いない。美を感じる感受性、例えば芸術を愛する感受性は、数学的美に目覚めるものと同じであろう。真の数学は、自由で、楽しく、美的で芸術的で、人間精神の真の遊び心に満ちている。数学者の言葉を借りたい。

“詩人らしいところがなければ、完全な数学者とはいえない-Weierstrass”

“数学とは自らの情緒を外に表現することによって作り出す学問芸術の一つである-岡潔”

浅薄なプラグマティズムが何時からか日本にはびこって何でも金に換算したり役に立たないものは無用という価値観が広がってしまった。本来世の中に無用なものなど皆無のはずである。また、“時は金なり”と遊びの心が失せてゆとりのない世の中となってしまったようだ。だから、勉強が嫌になれば苦労して学ぶ価値が一体あるのかと逃げを考える。また、有用を無理強いしても役に立つから学ぶという単純な子供たちでもない。

数学の有用性は、秩序と調和の世界に君臨するから当然である。例えば、数論。巨大素数が今やe-businessに必須であるＲＳＡ暗号系に応用されていることをあげるまでもない。数学の価値は、有用vs無用という次元を超えたところに存在するといえないか。数学は数学以外のものの手段ではなく、それ自体が目的である。この点が物理出の人との違いか。有用だから学ぶのではなく、美しいから、面白いから学ぶ。それが学ぶ魅力というものなのである。だからどう数学的美意識に目覚め、知的好奇心を体験させるか？である。

数学の学問としての体系的、構造的な美があるが、これは数学者独自のもので生徒には押し付けられない。授業の流れというものは、教師と生徒が一緒に原理・法則を見つけ、作っていく構成的なスタンスをとるいわば這い回る、スパイラルな進み方をとるのが自然なのだ。体系性は後からの付けたしでしかない。疑問・観察⇔仮説・発見（創造）⇒定義・証明⇒体系化というのは、数学が作られていく姿である。発見学習的である。

したがって、感動・成功体験を促すのは疑問・観察⇒仮説・発見（創造）の試行錯誤段階である。秋山仁氏がしばしば強調するのはこれである。昨年の全国日数教鹿児島大会での氏の全体講演テーマは「知性の織り成す数学美～定理作りの実況中継」という高校生相手の仮説授業で感銘を受けた。氏は数学を作り終えたモノとしてでなく作られつつある姿を生徒に体験させたいと願う。ひとたび強烈なインスピレーション（霊感）をともなった感動は内面化し、数学を愛する心に育まれていく。一例をあげるがこれは稀有な例とは思われない。

今年は、相対性理論発見(1905年)100周年である。少年の頃のアインシュタインは、叔父さんにピタゴラスの定理を教えてもらった。彼は幾日もこの定理の証明に没頭しついに証明する。それは相似を使った以下のようなものだったという。

今、ΔABCにおいて直角Cから対辺ABに下した垂線の足をHとし、$BH=c_1$、$AH=c_2$、$AB=c$、$BC=a$、$AC=b$とおく。このとき、ΔCBHとΔABCは相似だから $\frac{a}{c_1}=\frac{c}{a}$、また$\Delta ACH$と$\Delta ABC$も相似だから$\frac{c_2}{b}=\frac{b}{c}$である。したがって、$a^2=cc_1$、$b^2=cc_2$両辺を加えて

$a^2+b^2=c(c_1+c_2)=c^2$　この小さな成功がどれだけ自信を与え、数学や自然科学への夢を膨らませたことであろう。

数学の美への目覚めを促すどんな小さな体験でもいいから高校生時代に与えたいものである。

5　数学する楽しさ

数学教師のアイデンティティは、教育者と数学者のどちらに軸足をもつのであろう。教育者なら、子供を熟知し、数学的能力（リテラシー）の発達段階を把握し指導法の専門家であり、実践家である。数学者（の端くれ？）というなら、数学研究に専念するだろうがほとんどは教師のスタンス、つまり前者であろう。

それでは教育者として教えているものは何かである。当然、数学は教えているのであるが、全人的に子供と向き合っているのだから、教える内容以外のものも一切合切教えている。数学を学ぶよさ、達成の喜び、筋道を立てて考える論理力・思考力・分析力、学び方、表現力、考え方、問題解決の力など資質面、能力面いろいろあるであろう。それらを授業でどうデモンストレーションしているか吟味が必要である。

数学学習には問題解決力は大事である。しかし、それが解法のテクニックに終始したり解き方を暗記するような狭隘なものなら、その賞味期限は受験期だけとなるだろう。解き方を覚えこませる暗記の数学ではお定まりの問題は解けても自由な発想は学べない。まして、新たな問題の解決に必要な創造性など身につけられるはずがない。最近、問題解決におけるメタ認知というものの重要性が言われている。これは問題解決におけるスーパーエゴ（超自我）の働きで、自己の解決プロセスのモニタリングを行うことである。

情意の形成には、教師自らの数学に対する姿勢、授業のデモンストレーションが大いに影響する。生徒は教師から教えている以外のものから多くを学ぶ。数学することが楽しくてしょうがないという教師の姿を見れば、以心伝心、自然に生徒の心に響いていくはずなのだ。例えば、授業中に生徒からミスを指摘された時の教師の態度を生徒は見ている。素直にミスを認め指摘した生徒を褒める、そして正しい議論に修正していく広い心、真理を求める教師の姿勢こそが多くの感銘を与える。今、日本の算数数学教育では国際比較調査などで情意面の危機が指摘されている。算数数学が好きな子供の比率が諸外国と比較して低いということは何を意味するのか。我々への大きな問いかけである。

また、数学する(DO Math)とは自由に思考をめぐらすことである。少しでも何かにこだわり過ぎてバランスを欠くと正しい判断はできなくなる。授業の中で生徒のどんな発想も大事に取り上げたい。そして、それぞれのよさを全員で吟味し合うことでDo Mathの楽しさが分かるであろう。先日、全国理数科教育研究大会が行われたがその折、大阪清風高校公庄庸三氏(くじょうつねぞう)の研究発表があった。清風高校には数学教育研究所があって授業研究をしている。研究発表はＮＨＫ番組放映“わくわく授業”の録画を中心に、理数科生徒の「式と証明」の授業風景だったが、activityとdiscussionという生徒の主体活動を重視し考えさせる数学を実践している様子は印象的であった。$1+2+3+\cdots+n$の公式を発見的に見出させようとする。$1, 1+1, 1+1+1, \cdots$は三角数となる。通常の考え方はそれを○で表し、それを回転させた●部分を下図のように重ねると、タテn、ヨコ$n+1$の長方形となり、総数 $\dfrac{n(n+1)}{2}$ を得ることが出来る。生徒は、nの様々な値について調べあげながら公式を帰納的に見つけようとする。何か公式らしきものを見つけたという生徒が出てきた。すかさず素数を表わす（？）式n^2+n+41 の誤りを考えさせ、帰納法の限界を分らせる。そのうち面白い式を考えたという生徒が現れた。

1	○	●	●		・・		●
2	○	○	●		・・		●
3	○	○	○	●	・・		●
				・・・・・・			
n	○	○	○		・・・	○	●
	1	2	3			n	$n+1$

求める○の個数をxとして、$n^2-(x-n)=x$という式を立てたのである。これは下図からの洞察であった。$x-n$は●の個数である。

受験という脅し（？）のプレッシャーが完全に授業から排除されていきいきと王道をゆく授業は見ていて気持ちがいいものである。
数学教育を通して、自由にモノを考える心を育むことができれば、自分の思考に自信をもち、これからの人生に挑戦し逞しく生き抜くための大事な力にそれは転化していくだろう。
それこそ生きる力である。

1	○	●	●		・・・		●
2	○	○	●		・・・		●
3	○	○	○	●	・・・		●
			・	・	・	・	
$n-1$	○	○		・・・・		○	●
n	○	○	○	・・・		○	○
	1	2	3			$n-1$	n

6　いきいき授業

数学は系統性・体系性の強い教科であるため単調な授業に流れ易い。導入や原理・公式の導出、説明、まとめの際は一斉学習が適しているが、調べ学習やドリル演習の問題解決学習など生徒の主体的学習活動を取り入れて単調さを破る工夫が必要である。

私が試みた問題演習場面におけるグループ学習を話そう。あらかじめ５人づつの班に分け、８つの問題を教師が提出しておく。それらは基本問題AをもとにA'、A''、A'''・・・と同種の問題群である。基本問題Aは、教えようとする基本概念を考えさせるものであり応用性があるものである。派生的問題は、２次関数のグラフを例にとれば係数を変えたり、パラメータにしたり発展的な内容で難易差も取り入れ工夫したものである。班毎にどれかを選ばせて考えさせる。あらかじめＴＰシートを配布しておき、解答ができたらＴＰを使って代表にプレゼンテーションさせる。それに対するＱ＆Ａを経て解答を全員でチェックさせる。プレゼンテーションの良し悪しについても評価させる。最後に教師がコメント、評価して終わる。最初は易しい問題に偏るが次第に難しい問題にも挑戦する班が現れる。班分けはローテーションで変わるようにする。たまに、ビックリするような名解答がでてくる。また、同じ問題を複数の班が違った解答をすることもありそういうときには生徒も真剣になってくる。この学習では５人の集団思考が基本となるので、初めに集団思考について教師がポイントを説明しておく。生徒の中にはコミュニケーション能力が未発達な者が多い。学校教育の中でも社会的資質として重視していく必要がある。

特に、課題解決に当たっての集団思考はこれからの社会を生きる大切な資質である。生徒には、他者とコミュニケートしながら問題解決を図るスキルの習得に狙いがあることを動機付けしておく。このスキルは、近年NCTMなどでも重視されている。教師は机間巡視しながら進捗状況の把握や助言もするが生徒主体の活動を重視する。当然誤った解答も出てくる。誤解答こそは教材として大事にしたい。この授業は活気が出て大変楽しい。もちろん、いつも集団思考で解かせるというのではない。基本的には個人の資質を向上させることが目標である。また、ハノイの塔のゲームやチャイニーズリングを使って漸化式や２進法的アルゴリズムを導出したり、代数幾何でのベクトルオリエンテーリング、猫写し、立体図形モデルの手作り教材による授業も効果があった。どの授業でも生徒の目は輝き、やっていて充実感のある楽しいものだった。

このように、“生き生きした授業を展開するにはどうすべきか”を目指していろいろ指導法や教材開発を考案できるのは教師冥利に尽きるものがある。

教材開発に関しては、個々の教師の教材観が大きな影響を及ぼす。
「２次関数は高校数学の最初の壁であり王さまである」、「三角関数は“円関数”である」、
「１次変換は原点中心の考え方である」、「微分積分は２回学ぶべし。１回目はサラッと通過する、２回目は厳密に」「平面図形、図形と方程式はベクトル空間のイメージ世界で」等々教材内容に対する教師の多様な考え方がよく聞かれる。

これらは個々の教師の教材観、教材への哲学といってよい。中には何故そうなの？と首を傾げるものもたまにあるが、唯漠然と教えるのではなく、根拠のある教材観をもって教えることは大切なことである。

特に複雑に見えるものを本質をとらえた簡単な言葉で表現することはイメージ形成に大事である。高木貞治と双璧をなし多変数解析関数論で有名な数学者岡潔は氏らしい深い思索・洞察からこのような物言いをよくしたとどこかで読んだことがある。教材観は長年にわたる指導経験と教材研究から確立されるものである。この種の交流ができるといいと思う。

7　夢にいざなう話題

Fermatの最終定理「$x^n+y^n=z^n\,(n \geq 3)$は自然数解をもたない」が、ついに英国の数学者のA.Wilesによって証明された。それも一度公表した証明に誤りがあったがそれを克服しての快挙だった。その過程はドラマチックだった。高校生の頃からピタゴラスの定理の自然な拡張であるこの定理は数学への夢をかきたててくれた。「難問題であるほかに、事実として興味のあるでもない」と高名な数学者高木貞治は初等整数論講義で言っているが、何故証明されないのか気になっていた。幾多の数学者や数学愛好家が挑戦したにもかかわらず証明できないのは相当深い構造性が横たわっていると思っていたがやはりそうだった。谷山・志村予想という数論的代数幾何の深い内容とつながっていようとは・・。数学の領域を超えた底流に存在する構造の奥深さに感動するのである。挑戦の過程で創造された数学領域（イデアル論、p進体、円分体などの代数的整数論）の豊富さに驚かされる。さらにまた、結果として証明の中核につながった予想を何年も前に提出した谷山豊など多くの数学者たちのひたむきな探求の姿勢、生き様に感動を覚えるのである。

心配はこの簡単だが難解な問題が解決され、青少年の数学への夢を壊してしまったのではないかということである。この問題は数学ＰＲの最強手段と言われてきたからである。ワイルズ自身もこの問題と10歳の頃出合って数学者を志したという。解決した今、彼も喪失感を抱いているという。ただ、整数論には簡単な表現ながらメルセンヌ数、フェルマー素数、(3,5), (5,7)・・・のような双子素数が無限にあるか否かや4以上の偶数は２個の素数の和となるというゴールドバッハ予想、リーマンゼータ関数の自明でない零点はRes=1/2上にあるというリーマン予想など多くの未解決の難問題がある。そういう問題を生徒たちに示していくことも可能である。数学教師がそういう夢をいざなう話題に授業で積極的に触れれば、生徒はそこに夢やロマンを感じとれるだろう。一昨年、ポアンカレ予想が肯定的に解決され話題となった時、本校のある数学教師が簡単な生徒向け解説プリントを作り、さりげなく廊下の机上に置いているのを知った時はとても嬉しかった。内容が難しいので高校生には十分理解できなかったかもしれないが夢を育むことができたことは想像に難くない。このように数学への啓発には機会をとらえて力を入れていくことだ。そのためにも、教師自らどんな分野でもいいから日頃、数学書に挑戦し続けることである。ちなみに、数論は数学の女王にふさわしい美しい理論であり、私のライフワークである。悪戦苦闘しながら気長に挑戦し続けている。

８　教育研究の視点

数学教育実践研究会（数実研）は石狩周辺の数学の先生方が中心となりこれまで教材開発やユーティリティソフトの活用分野で多くの実践研究を行ってきたが、その活動は道内はもとより道外でも高い評価を得ていることは喜ばしい。研究会の折には、実践的な立場からの教材研究や指導法など多くの研究発表がありとても啓発される。何よりも発表レポートが自由テーマであるのが特色であると思う。

これから期待するテーマとしては、日数教の学会誌や高専での研究論文、さらに例えば大阪高等学校数学教育会論文誌など各地方の研究会が参考になる。

この研究会の研究セミナー会誌[http://www.osaka-math.org/journal/seminar.html]の目次を見ると、楕円曲線を中心とした教材、shannonの標本化定理、分割数の閉じた公式と高階線形差分方程式、学力低下問題と新学習指導要領、量子コンピュータと素

因数分解、グラフ理論へのアプローチ、RSA暗号教材化の試みなど学習指導要領に縛られない自由なテーマの研究が目立つ。時代の進展に対応する本道らしいカリキュラムの開発や数学教育に関するアンケート調査と分析、問題解決における認知心理学的研究など心理学的アプローチなども是非考えて欲しい。微積分中心の教材観でいいのかどうか？秋山仁氏のこのような独り言を聞いたことがある。次期学習指導要領策定に向けて積極的に発信していって欲しいし、また副読本の教科書づくりへの挑戦も面白い。

歴史は繰り返す。今後は系統性重視へ時計の針が振れるかもしれない。したがって、例えば群や位相など数学の中心的概念を高校数学の材料を用いて展開するような興味深い教材開発も考えられる。

数学教育の“教育”に視点を置いた教材開発とその導入にあたっては、実際に授業を行って生徒の反応を調べる仮説実験授業が必要である。その基礎となるのは認知心理学の知見である。挑戦して欲しいものである。

9　計算機科学の魅力

我々の経験則から“余談は生徒を育んでいる”ことは事実である。例えば、コンピュータの話を例にとってみる。今やパソコンは文書・表作成、プレゼンテーション、データ処理、図形処理、数式処理をはじめインターネット活用の知識データベース検索など多岐にわたり、ユーティリティソフトの活用が行われている。これはパソコンをblack boxと見て入出力のみに着目した活用で、パソコンは道具というとらえである。

また、最近C++言語によるプログラミングに挑戦しているが、これは一歩進んだパソコン活用である。現在のパソコンは高性能で、この性能をもっと有効に使えないかという思いは脳裏から離れない。コンピュータそのものは実に興味津々な機械である。この機械の歴史も面白いが、計算機科学の理論は多岐にわたる。基礎理論としては、計算の理論、帰納関数、記号論理学、数理言語学、オートマトン理論、アルゴリズム論、数値解析などがあるがどれも大変面白い。ただ、これらの理論は学校数学に導入されている18世紀までの伝統的な数学ではなく、20世紀になってから発達したものである。さらに、コンピュータ工学を支える理論には、コンピュータ・アーキテクチャー、ＯＳ、デジタル技術、記憶・演算素子、ソフトウェア工学などがあり、これらは計算機科学、情報科学、材料科学という一大分野を形成している。私が大学生の頃これらの諸理論は隆盛を極めていたから当然に虜になってしまった。だから卒業してコンピュータ方面に行ったのである。

最近は、従来のノイマン型コンピュータでなく、超高速で並列計算ができるスーパーコンピュータや非数値処理を行う推論マシンが開発されている。05年10月30日現在、米国は近くIBM社製で毎秒280兆回の演算速度をもつものを稼動させるといっている。文科省は2010年までに１秒間に１京回（10^{16}＝10peta）の演算ができるスーパーコンピュータを理化学研究所が中心となり作るといっている。完成すれば世界一となるだろう。（地球シミュレータはできた当時世界第１位だったが現在第４位）予算はなんと1000億円。これを使うと計算に100年かかる銀河形成のシミュレーションが1週間でできるほか、集中豪雨、火山の溶岩流などの防災シミュレーション、ライフサイエンス、航空機開発などのシミュレーションが短時間で可能といわれる。その技術の基礎には並列処理やVLSIの技術がある。

また、第５世代コンピュータとしてICOTによる推論マシンが開発されたが、その技術の基礎にはこれまで蓄積された人工知能研究の成果がある。人間の知的活動を補完できるパターン認識や推論の機構は工学的な応用範囲も広い。最近は二足歩行の高性能ロボットも開発されるまでになった。それはコンピュータの能力の限界への挑戦であり、鉄腕アトムも夢ではなくなった。私も20代後半の頃、夢を追って人工知能研究に打ち込んだ時期があったがとにかく面白そうな話は一杯ころがっている。それらを授業の合間に時々取り入れてみる。教師の余談は生徒への多大な啓発となるのである。

10　恩師の影響

教師の影響は甚大である。自らを語れば、一番影響を受けたのは高校時代の数学教師で

ある。２名の教師に習ったが、１～２年生で数学Ⅰ代数、数学Ⅰ幾何、数学Ⅱを習った大熊という先生には多くの影響を受けた。先生は、東京物理学校（現東京理科大）出で、旧制高校の雰囲気をもって学者然とした自他に厳しい気骨溢れる人だった。数学部に入っていた私は、部顧問でもあり担任でもあった先生に多大な影響を受けた。１年生のとき、円に内接する六角形に成り立つパスカルの定理の証明が分からないと質問したことがあったが翌日、私にも分かる初等的な解答例を示された。授業は一分の隙もない完璧主義であったが、特に平面幾何の授業は印象深く素晴らしかった。数学の勉強の目標は関数論であるというのが口癖だった。当時５０代前半であったが若い教員と一緒に群論を勉強中でこれはライフワークだとも語っていた。また、デカルトの“方法序説”やポアンカレの“科学と方法”を読むよう促された。残念ながら２年生の終わり他校に転勤されてしまった。

２人目は和田という東京高師（現筑波大）出の温厚な先生だった。先生には数学Ⅲを習った。東京都の教育課程検討に携わっていたようで新しい教材として導入される予定のベクトルとその応用について放課後我々数学部員に特別に講義して下さった。

数学教師として自分の教え方を振り返ってみれば、恩師の教え方が脳裏深く刷り込まれているのか時々酷似していることを見出さざるを得なかった。

同様のことは教え子の場合にも言える。一度何かの折に、教え子の授業を見る機会があったが教材観や教え方がまるで似ていて驚いたことがある。「守・破・離」という言葉がある。これは何かの道を究める極意であるといわれる。何事も最後は自らの道を見出すことが大切である。納得のいく自分のスタイルを作り上げて欲しいと願うのである。

11　おわりに

光陰矢の如し。高校教員も終わりに近づいている。北海道の美しい大地に育つ純朴な高校生たちとのふれあいは楽しかったし、それができたことは幸せだった。これからは予測不可能な要素も多々あるが、どんな困難に直面しても、高校生たちの明るい笑顔に接すると不思議に元気が湧いて来る。仏詩人ルイ・アラゴンの“ストラスブール大学の歌”の有名な一節「・・教えるとは希望を胸に抱くこと、学ぶとは誠実を胸に刻むこと・・」は駆け出しの頃感銘を受けた言葉であった。共に希望と誠実を胸に抱く師弟同行の日々を一言で表せば「爽やか」である。これまでご交誼いただいた先生方に、感謝を込めてお礼申し上げる。

（参考文献）

1　W.Sawyer(中原勲平訳):数学へのプレリュード、みすず書房、1943
2　G.Polya(柿内賢信訳)：いかにして問題を解くか、丸善、1954
3　J.S.Bruner(鈴木祥蔵、佐藤三郎訳)：教育の過程、岩波書店、1963
4　彌永昌吉：数学のまなび方、ダイヤモンド社、1965
5　ブルバキ：数学原論（集合論）Ⅰ、東京図書株式会社、1968
6　波多野誼余夫、稲垣佳世子：知的好奇心、中公新書、1973
7　NCTM:An Agenda for Action、NCTM、1980
8　中島健三編：数学的な考え方と問題解決、金子書房、1985
9　安西祐一郎：問題解決の心理学、中公新書、1986
10　能田伸彦：21世紀への学校数学の創造、筑波出版会、1997は日本語版)
11　Benbt Ulin:シュタイナー学校の数学読本、三省堂、1994
12　大川隆夫：数学のリメディアル教育の必要性、立命館大学
13　林　雄一郎：人工知能研究における推論について、数実研講演資料、2005
14　藤原正彦：天才の栄光と挫折-数学者列伝（ＮＨＫ人間講座）、2001
15　マーカス・デュ・ソーテイ：素数の音楽、新潮クレストブック、2005