

「先生の作る問題はひねくれているから嫌です。」

と言われる試験問題

北海道石狩南高等学校

教諭 福島 洋一

I はじめに

いつからか標題のようなことを生徒に言われるようになった。本校に赴任してたったの9カ月、2つの試験しか作っていないのに既に言われている。理由は予想できる。おそらく教科書や問題集に載っていない問題の比率が高いからであろう。(と言っても、全体の3割にも満たない量だと思います。)

しかし、勘違いしないでほしい。授業で学んだ内容から大きくずれているものを出題しているつもりはない。実際見ていただくとわかるはずである。

最後まで見た後に「どこがひねくれているの?」と思っていただけること請け合いである。

II 試験問題について思うこと

- ★ こんな問題を出しても生徒は解けないから、平均点を〇〇くらいにしなければならないから
→ 平易な問題・生徒が解けそうな問題ばかりを出題する
- ★ 採点が面倒だから、採点基準があいまいになるから → 無難な一問一答形式ばかり出題する
- ★ 100点は取らせたくないから → 阻止するために1問だけ難解な問題を出題する

上記は過去に自分が陥った失敗、および現在でも陥らないように気をつけていることである。定期試験は(教師にとっても、生徒にとっても)日常の授業の成果を確認するものである。数学の授業で育てたい力が「習った問題の一問一答をする力」であれば、試験問題もそれなりでかまわないかもしれないが、どのような生徒層においても目標はもっと大きいものであろう。で、あれば当然試験もその成果を問うものであるべきで、そのためには教科書や問題集の問題だけでは足りないのである。平均点や採点の都合は当然あるので配慮はするべきだが、それを最優先にして、生徒に考えさせる問題や自由な発想をさせる問題を回避するのは本末転倒である。

ただし、その前提として出題に見合う授業をしているのかということを常に考えなければならない。100点を阻止するために、授業内容と余りにも乖離する問題を出題するのは教師のエゴ以外の何物でもない。授業で教科書の解説ばかりして、生徒に考えさせる機会を与えていないのに試験問題を通して考えさせようとするのも無茶な話である。

授業において定理・公式の奥にある考え方や問題を解決するための発想法を伝えたいと思いつつ、その部分は上の空で聞き、表面だけの解法を覚えて試験に臨もうとする生徒が多い。非常に悔しいが、それは試験問題に欠陥があるのである。(いやいや、授業にももちろん欠陥があるが…) そんな学習で高得点をとってしまう試験がいけないのである。試験は生徒にとっての学習の指標になる非常に重要なものである。作り方を間違えると悪循環を生みかねない。試験を通して生徒が「このように学習しなければならない」と気づき、「考え方」に目を向けて学習できるような出題を追及しているつもりである。

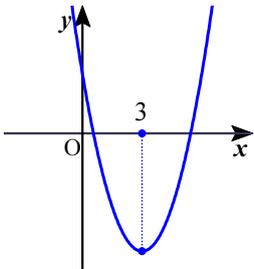
Ⅲ 試験問題例

過去6年分の試験問題を見て、生徒が「ひねくれている」と感じるであろう問題をさらってみた。見ていて恥ずかしいものもあるがここに紹介する。(情けないことに数学I・Aに偏っています。)

パターン①「言葉で説明できる？」

授業で説明したこと、生徒に考えさせたことをそのまま出題。わかっているけど説明が書けない生徒も多い。

H21 滝上



定義域が $-7 \leq x \leq 12$ の、ある2次関数のグラフをかくと下図のようになった。この2次関数は $x = -7$ で最大値を取ることを説明せよ。

放物線の対称性を使った考え方ができるか。授業内でも頻繁に使う内容を出題。

H23 滝上

次の考えについて何が誤っているか説明せよ。

私がA大学に合格する確率は「受かる」か「落ちる」かのどちらかなので $\frac{1}{2}$ である。

確率を考える前提である「同様に確からしい」ことを認識しているかどうかの確認。授業ではコイン2枚を投げる問題などで確認済み。

H23 滝上

${}_{20}C_{18}$ と ${}_{20}C_2$ の値は同じになる。その理由を述べよ。

有名な話。組合せの考え方で計算を使ってでも説明できる。

H20 滝上

グラフが次の条件を満たす2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ について、与えられた値の符号を求め、解答欄に+または-で答えよ。また、その理由を簡単に述べよ。

条件

- ・ y 切片が5である。
- ・ 頂点の y 座標が負である。

- (1) c (2) a (3) $b^2 - 4ac$

授業では発問によって確認している内容。理由を書かせるのが出題のねらい。

パターン2「本当に考えてやっているの？」

生徒が見落としがちな、しかし重要な、そしてわかってみれば簡単な内容を出題。これを「いじわるの問題」と称する者もいるが、私は決して「いじわる」とは認めない。

H23 滝上

カレーを作るのに鍋Aでは小さかったので、鍋Bで作ることにした。鍋Bの半径は鍋Aの半径の2倍で、深さは同じである。鍋Bは鍋Aの何倍の容積になるのか求めよ。



比率2倍で体積だから 2^3 で8...ではない!! 理解して考えてやっているかの確認。

H 2 4 滝上

赤球と白球がいくつか入った袋から2個の球を取り出すとき、赤球が出る確率は $\frac{9}{10}$ 、白の出る確率 $\frac{7}{10}$ となり、この2つの確率を加えると $\frac{16}{10}$ となり、確率の取り得る範囲を越えてしまう。なぜこのようなことになるのか書け。

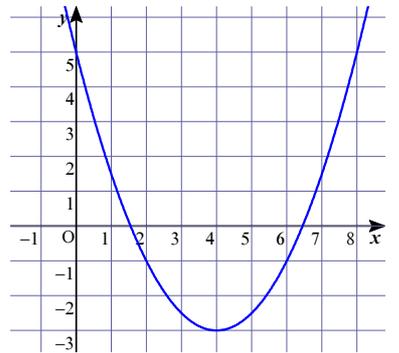
排反かどうかの確認を忘れていませんか？授業でも考えさせた問題。

パターン③ 「過程をわかっている？」

解き方が分かれば、パターンにはめてしまい、いつしか過程を忘れてしまう生徒も多い。しかし、過程がわかっているのかを確認したい。また、授業をしっかりと聞いて考えている者が得をするようにという方針で出題。

H 2 1 滝上

次のグラフは $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ のグラフである。このグラフを参考に、次の問に答えよ。



(3) 不等式 $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 > -1$ を解け。

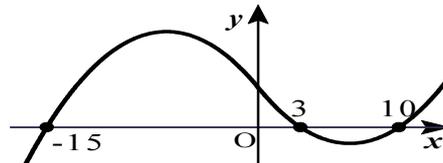
不等式を解くうえでのグラフの活用についての確認。意外とできない。「考え方」より「解き方」偏重になってしまっていることを反省。

H 2 5 石狩南

下のグラフは $y = x \cdot |x| - ax + 30$ のグラフである。(aは定数とする。) グラフを参考にして次の問いに答えよ。

(1) aの値を求めよ。

(2) 不等式 $x \cdot |x| - ax + 30 \geq 0$ を解け。



H 2 3 滝上

2次方程式 $(x-5)(x+7) = 0$ について次の問に答えよ。

(1) この方程式を解くのに使うことは次の①~③のどれか。

(A, Bは実数、kは正の実数とする。) (答えのみ)

- ① $AB=0$ のとき、 $A=0$ または $B=0$
- ② $A^2=k$ のとき、 $A=\pm\sqrt{k}$
- ③ $A=B$ のとき $A-B=0$

(2) (1)のことを利用したことがわかるようにして方程式の解を求めよ。

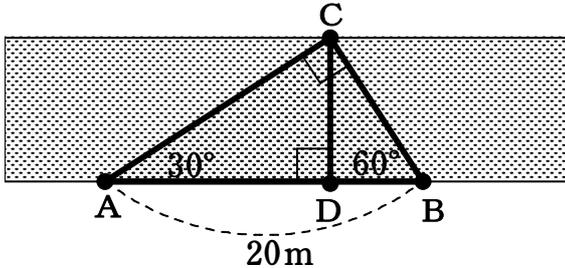
「方程式の意味」および「なぜ因数分解によって2次方程式が解けるのか」を理解しているか確認。計算によっては②も正解

パターン④ 「答えの自由度の高い問題」

意欲を見る趣旨で正解を絞らずに柔軟に回答できる問題を出題。しかし、生徒にとっては余計なお世話のようである。

H20 滝上

図のような水路（のつもり）で20m離れた2点A, Bから対岸の点Cを見たところ角度が図のようになった。この図からわかることを2つ書け。



生徒はCDの長さを求めたがる。でも、「BC間の距離は10m」「AC間の距離の方がBC間の距離より長い」などでも良いのでは？生徒の発想をつぶしてしまっていることを痛感した問題。

H25 石狩南

学校祭でケーキを売ることにした。価格を150円に設定すると500個売ることが見込まれる。価格を1円上げるとに売上個数が2個ずつ減ると予想して、 x (円)値上げしたときの売上 y (円)の関係式を作ると右のようになった。

価格、売上、売上個数について、この式から読み取れることを2つ挙げよ。

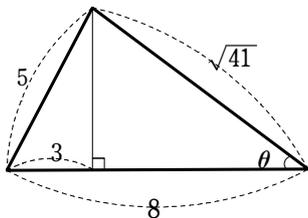
$$\begin{aligned} y &= (150+x)(500-2x) \\ &= -2x^2 + 200x + 75000 \\ &= -2(x-50)^2 + 80000 \end{aligned}$$

最大値くらいは読み取れると思ったが…問題の意図すら伝わっていないような回答が続出。「知識」が「知恵」になっていないことにショックを受けた。

パターン⑤ 「何を求めているかわかっていますか？」

定義や基本的な考え、学んだことの関連性が理解されているかを確認する問題。

H21 滝上

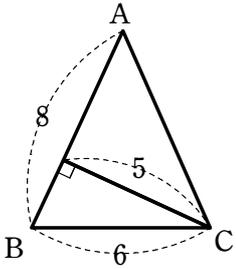


$\cos\theta$ の値を求めよ。

こういうことをするからひねくれているといわれるのか？習った後なら余弦定理を使う生徒もいるかも。(出題は余弦定理を扱う前でした。)

H 2 1 滝上

次の三角形 ABC の面積を求めよ。(計算過程を記載すること)



sinB の値を求めようとする生徒もいる。(求めても簡単なのだが…)。でも空欄の者も多い。小学生でも解けるのに…。「底辺×高さ÷2」を忘れる生徒への警鐘のつもり。

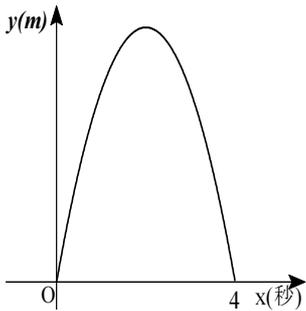
H 2 1 滝上

$x=1$ は 2 次方程式 $x^2 - 4x - 5 = 0$ の解ではない。その理由を述べよ。

方程式の解の意味を問う問題。方程式は解けても解が何を意味するのかをわかっていない者も残念ながらいる。

H 2 3 滝上

地上から真上に秒速 20 m で球を投げ上げたとき、 x 秒後の球の高さ y m は $y = -5x^2 + 20x$ で表される。また x と y の関係をグラフで表すと図のようになる。次の間に答えよ。

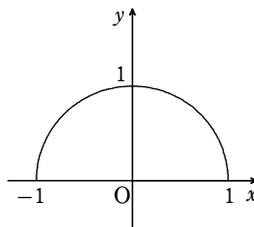


- (1) 球が再び地上に戻ってくるのは投げってから 4 秒後であるが、このことは関数の式から計算で求めることができる。その計算を書け。
- (2) 2 次関数のグラフの対称性を利用して、球の届く最高点の高さを求めることができる。どのようにして計算するか説明せよ。また、高さは何 m か。

2 次関数の式、グラフの性質、計算がしっかり関連付けられているかを確認する問題。

H 2 5 石狩南

$\cos 140^\circ$ の $\cos 160^\circ$ のどちらの値が大きいかを単位円を使って説明せよ。



三角比の拡張・単位円を特別な角 (120° , 135° など) の値だけで終わらせないように考えた問題。

パターン⑥ 「学んだことを使えるかな？」

授業で重点的に学んだ内容を活用できるかを確認する問題。暗記やパターンで解けないように生徒にとってはおそらく初見の問題を提示。

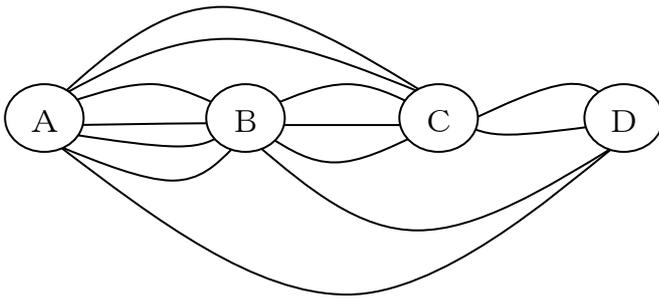
H 2 3 滝上

赤玉 3 個、青玉 2 個、白玉 1 個を円形に並べるとき、並べ方は何通りあるか求めよ。(赤玉、青玉はそれぞれ区別できないこととする…つまり普通の円順列ではないことに気を付けよ。)

授業で何パターンも扱った (順列の値) ÷ (同じものの個数) を使えるかの確認。

H25 石狩南

A, B, C, Dの4つの町を結ぶ図のような道がある。AからDに行く道の選び方について次の間に答えよ。ただし、図の右方向にのみ進み、左方向に戻ることはないこととする。



- (1) BとCを通る道の選び方は何通りあるか。
- (2) AからDに向かう道の選び方は全部で何通りあるか。

和の法則と積の法則の適切な利用ができるかの確認

おまけ 「大失敗」

問題文や内容に気をつけないと、意図した以外の正解が出てくることがあります。

H23 滝上

360人が参加するゲーム大会において、さいころを2個投げて同じ目が出たときに景品を渡すことになった。景品は何個準備すれば良いか。個数と理由を答えよ。

想定は「60個+いくつか」という答え。しかし、「360個」という答えが続出。問題文を確認し、泣く泣く正解にした…(T_T)

ほら、ひねくれてないでしょう？

IV おわりに

このレポートを作成している最中に、永野裕之さんの「問題解決に役立つ数学」(PHP研究所)という本を読んだ。冒頭にこんな記述があった。

(高校時代の数学について)テストでは教科書にも、学校で配られた問題集やプリントにも類題が全く載っていないような問題ばかり出題されました。当時その先生のテストがある日は、「また難しいんだろうな……」と憂鬱になったものです。でも、この先生のおかげで私は解法の暗記が無意味であることを悟りました。自分の手元にあるのは「試験に出ないことがわかっている問題」です。その問題が解けるようになるだけでは試験準備になりません。だから私は定理や公式や解法の奥にある普遍的な考え方、どんな問題にも通じる問題解決のためのアプローチの方法を探ろうとし始めました。

こんなに都合良く育つ生徒ばかりではないし、問題集やプリントの問題を通して基本事項の定着を確認することも大切と思うが、この先生のようなスタンスは大切だと思う。

言い忘れていたが、私は「ひねくれている」という言葉を否定的にはとらえていない。私の考える定期試験の位置づけ、問題作成の方針に沿って考えれば最高の褒め言葉である。いつの日か、このような問題が生徒にとって普通になって、「今回の問題、普通すぎて面白くなかった」と言われる日が来ることを願っている。そのためには、試験よりも前に授業を改善していかなければならない。授業、試験をリンクさせながら更に実践を向上させていきたい。