第９１回数学教育実践研究会資料

２０１４年１１月２９日
アスティ４５ビル
北海道足寄高等学校　　西田　渉

数学Ⅲの指導の工夫

数学Ⅲを担当するのは２回目になる。分量が多い科目ということもあり、既習事項との関連・大学（特に微積分、線形代数）との関連を意識しながら内容を整理して授業をするよう心がけている。３つの例を挙げたが、完成されておらず改良の余地があると思っている。

1　無理数eの導入

教科書の記述

対数関数$\log_a x$の$x=1$における微分係数は

$$\lim_{h\to 0}\frac{\log_a(1+h)-\log_a 1}{h}=\lim_{h\to 0}\log_a(1+h)^{\frac{1}{h}}$$　（①とする。）

$h=1$、0.1、0.01、0.001、・・・と$h=-0.1$、-0.01、-0.001、・・・
を計算して、この極限値をeで表す。

どこからこの定義①が出てくるのだろうという疑問があった。教科書でこれ以降を読んでみると、①からやらなければ支障になる箇所はなかった。強いて言うと、傍用問題集に①を応用した問題があるぐらいである。

授業展開に悩んだ末に、次のようにした。

対数関数・指数関数の導関数

$y=a^x$のグラフ（$a=1$、$a=2$、$a=3$）を確認。
$y=e^x$のとき$y'=e^x$となるeを決める。

$e^x=1+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+\cdots$とおく。　（②とする。）

＊$y=e^x$を３次関数、４次関数、・・で表す。各項は微分できる。

$(e^x)'=\quad a_1+2a_2x+3a_3x^2+4a_4x^3+$

係数を比較すると

$1=a_1$、$a_1=2a_2$、$a_2=3a_3$、$a_3=4a_4$

$\therefore e^x=1+\frac{1}{1!}x+\frac{1}{2!}x^2+\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{4!}x^4+\cdots$ ＊$e=e^1$としてある程度計算した

＊微分においての$y=e^x$は、加法における0、乗法における1に相当し、
eの発見がこの分野の発展に貢献したことに触れた。

$y=\log_e x$のときy'は$x=e^y$より

$$1=\frac{d}{dx}e^y=\frac{d}{dy}e^y\frac{dy}{dx}=e^y\frac{dy}{dx} \quad、\quad \frac{dy}{dx}=e^{-y}=\frac{1}{x} \qquad \therefore y'=\frac{1}{x}$$

この後教科書に戻る。

2　対数微分法

教科書では$y=\dfrac{x^3}{x+1}$の導関数を対数微分法で解いている。間違っているとは思わないが、商の微分法と比較してメリットがあるとは言えない。

商の微分法でもできることを確認してから、別の例題$y=x^{x+1}$の導関数も触れた。

3　複素数の積

教科書では、極形式、複素数の積と商の順番で書かれている。極形式をやる意識を高めていきたいと思い、指導の順番を変えた。

問題　$z=1+2i$のとき、z、$2z$、iz、$-z$、$-iz$を図示せよ。

図示してから、次の確認をする。
＊0からz、$2z$、iz、$-z$、$-iz$に矢印を板書した。
zと$2z$：絶対値2倍、回転なし　zとiz：絶対値そのまま、90°回転
zと$-z$：絶対値そのまま、180°回転
zと$-iz$：絶対値そのまま、270°回転

この後、複素数の極形式に入った。

＊他の数値の方が良かったかもしれないと反省した。
＊数学Ⅲの中で、複素数平面の位置づけがはっきりしない。今回は、数学Ⅱの方程式の延長でやった。複素数の微積分は大学で出てくるので、このような言い方しか思いつかない。