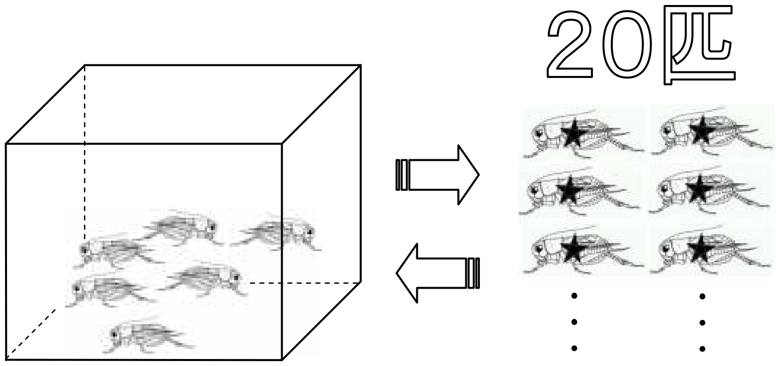
コオロギの総数 

■総数の推定
理科室のガラスケースの中でたくさんのコオロギが飼われている。全部で何匹いるだろうか。どうやって数えよう？

> １匹ずつ数えると・・・動き回っていて数えられない。
> 手間がかかるが、１匹ずつ別のケースに移しながら数える。

もう少し楽をして、おおよその数を求めよう。**何匹かだけを捕らえて全体の数を推定**するには？

２０匹を捕まえて、印をつけてケースに戻す。



しばらく時間をおいて１匹捕らえては印の有無を確認してケースに戻すことを１０回繰り返す。

『１０回で捕らえたコオロギのうち１匹に印がついていた』

このとき、ケースの中で飼われているコオロギは全部で何匹いると推定できるだろう。

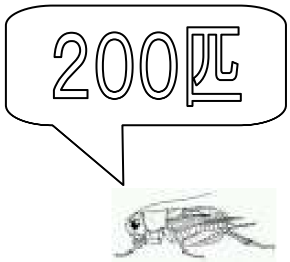
関係式①

$$\frac{\text{ケースの中にいる印のついたコオロギの数}}{\textbf{ケースの中にいるコオロギの総数}} = \frac{\text{捕まえた中にいる印のついたコオロギの数}}{\text{捕まえたコオロギの総数}}$$

が成り立つと考える。このことから、コオロギの総数は次のように導かれる。

$$\textbf{ケースの中のコオロギの総数} = \text{ケースの中にいる印のついたコオロギの数} \times \frac{\text{捕まえたコオロギの総数}}{\text{捕まえた中にいる印のついたコオロギの数}}$$

従って、　$20\times\dfrac{10}{1}$＝２００ 匹ということになる。

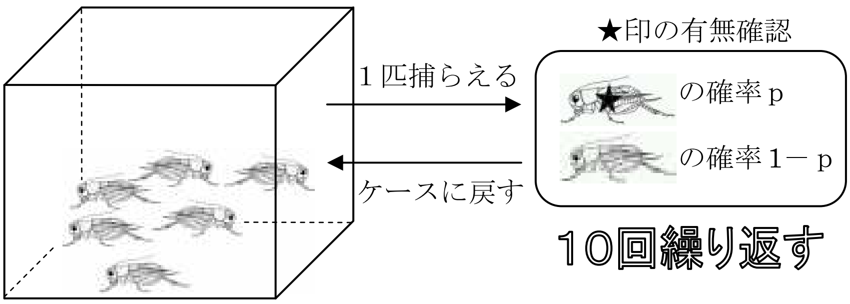


この理論の重要な部分は関係式①を前提にしているところにある。これは、ケースの中全体（母集団）と調査した回数（標本）での、印のついたコオロギの比率が同じだろうというごく常識的な前提に基づいている。さて、関係式①が成り立つとする根拠を説明するには？

■最も尤もらしい方法

関係式①の根拠は、自然界では物事は起こるべくして起こる、すなわち、一番可能性が高かったから、『１０匹の中に印のついているコオロギが１匹』という現実の結果が起こったと考えるところにある。

すべてのコオロギの中での印のついたコオロギの数の割合を ｐ としよう。このｐを**母比率**という。実際にすべてのコオロギを数えなければ分からないｐであるが、このｐを使って、「調査した１０匹のうち１匹のみ印のついている確率」を計算する式をたてよう。



捕らえた１匹に印が有る確率がｐ，印が無い確率が１－ｐであるから、反復試行の確率の計算となり，

$$ {}_{10}C_1 p^1 (1-p)^9 \quad \cdots \quad (*) $$

となる。『１０匹中に印のついているコオロギが１匹』という現実の結果が起こったのは、そうなる確率が最も高かったからと考えるので、（＊）が最大となるｐの値を母比率の推定値とすれば良い。

では、ｐの値をいろいろ変化させて（＊）を計算してみよう。

ｐの値	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35
（＊）の値	0.315	0.387	0.347	0.268	0.188	0.121	0.072

上の表では，ｐ＝0.1 のとき（＊）の値が最大となっている。未知の母数ｐをいろいろ変化させて，調査して得られた実際のデータが起こる確率が１番大きくなるようなｐの値を用いて母数の推定値とする方法を**最尤（さいゆう）推定法**という。「尤（ゆう）」というのは「もっとも」という意味で、最尤法は、得られたデータを「最も尤も」にする母数を決める方法といえる。

問題　大量のお米が山になっている。一部を数えて、全部の米粒が何粒あるか推定する方法を答えなさい。

解答例
①重さの利用
②一握りの米粒を数えて何握りか数える
③均等に長方形に広げて面積を測る
④１００粒に印をつけて、もとに戻してよく掻き混ぜる。再び１００粒取り出して、その中の印のついている米粒を数え、母比率を推定する

珍答例
ちょっと炊いて腹ごしらえをしてから頑張って数える

【参考文献】
郡山彬・和泉澤正隆　著
入門ビジュアルサイエンス『統計・確率のしくみ』（日本実業出版社，1997 年）