SSH 第６回全国数学生徒研究発表会　マス・フェスタ　参加報告

北海道札幌西高等学校　教諭　正田隆之

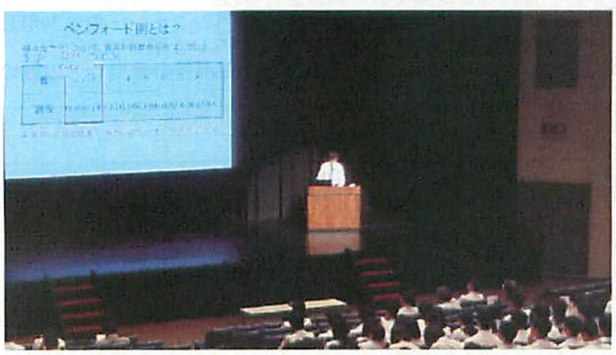
平成 26 年 8 月 23 日　会場 エル・おおさか　エルシアター、会議室（大阪市）　参加校数　４６

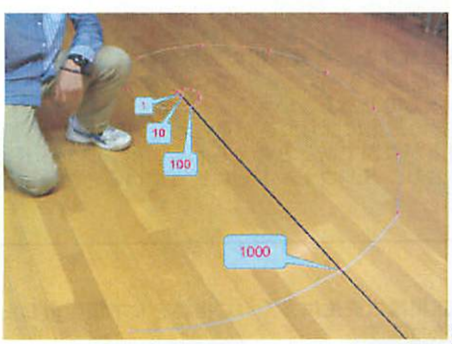
札幌西高等学校　参加生徒　２年１組　舘石和明　　研究テーマ「ベンフォード則」

フォトレポート

［開会式］

［口頭発表］　メイン会場で１番目の発表





（←発表資料から）

［ポスターセッション］

［発表者全員の記念撮影］

参加校　〔北海道〕札幌西　釧路湖陵　〔青森〕八戸北　三本木　〔岩手〕釜石　〔東京〕筑波大学附属駒場　東海大学附属高輪台　海城　〔神奈川〕横浜ｻｲｴﾝｽﾌﾛﾝﾃｨｱ　〔埼玉〕熊谷女子　〔茨城〕並木　清真学園　茗渓学園　〔栃木〕宇都宮女子　足利　〔愛知〕岡崎　豊田西　明和　名古屋大学教育学部附属　名城大学附属　〔岐阜〕岐山　〔静岡〕磐田南　〔新潟〕新潟南　長岡　〔長野〕飯山北　屋代　〔石川〕七尾　〔大阪〕大手前　天王寺　千里　住吉　生野　都島工業　〔京都〕洛北　〔滋賀〕膳所　〔奈良〕奈良女子大学附属　〔兵庫〕尼崎小田　〔岡山〕金光学園　〔広島〕広島大学附属　安田女子　〔香川〕高松第一　観音寺第一　〔愛媛〕松山南〔福岡〕久留米高専　〔熊本〕宇土　〔沖縄〕球陽

展示ポスター

ベンフォード則

北海道札幌西高等学校　2年　館石 和明

1.はじめに

ベンフォード則とは、自然界に現れる多くの数の最高桁の数がある分布に従うという法則。

[実験①　新聞での調査]

<目的>ベンフォード則の分布を調べる

<手法>新聞に載っている数字の最高桁の数に着目し、1~9 の数現れる割合を調べる。

約半分!!

最高桁の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
個数	129	117	38	36	27	26	27	26	27
割合	0.28	0.26	0.08	0.08	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06

多　　少

ベンフォード則の理論値は以下のようになっている。

最高桁の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
割合	0.30	0.18	0.12	0.10	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04

この分布はサンプル数が十分に多く、値の範囲が制限されていないものであれば、どのようなものにも当てはまる。

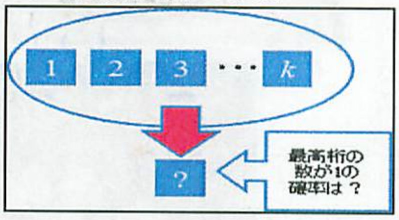
研究目的はベンフォード則の成り立つ理由を理解することと、ベンフォード則を利用して数値の意図的な操作を見抜くことである。

2.成り立つ理由を探る

[実験②　ベンフォード則の成り立つ理由①]

<目的>ベンフォード則が成り立つ理由を感覚的につかむ。

<手法>自然数 1~k が書いてある k 枚のカードから、n で始まる数のカードを引く確率 Pn(k)をグラフに整理する。ただし n は 1～9 の自然数とする。



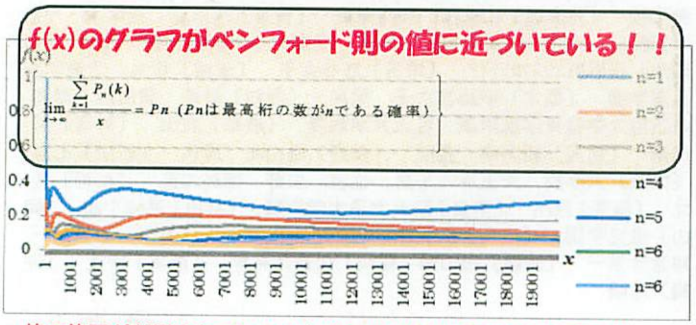
<考察>結果より次の予想をした。

Ⅰ. $P_n(k) \geqq P_{n+m}(k)$ (m は負でない整数, $1 \leqq n+m \leqq 9$)が成り立つ。

Ⅱ. 山が現れる周期は一度山が現れるごとに 10 倍になっていく。

Ⅲ. $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\sum_{k=1}^{x} P_n(k)}{x} =$ (ベンフォード則の値) が成立する。

Ⅲに基づいて $f(x) = \dfrac{\sum_{k=1}^{x} P_n(k)}{x}$ のグラフを作成する。

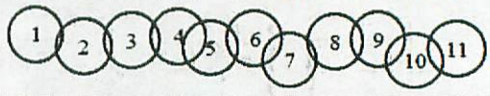


⇒値の範囲が制限されていない(k の範囲が十分に広い)サンプル中に現れる数は、ベンフォード則に従うと推測される。

[実験②　ベンフォード則の成り立つ理由②]

<目的>十進数を螺旋で表し各最高桁の数の現れる範囲を調べる。

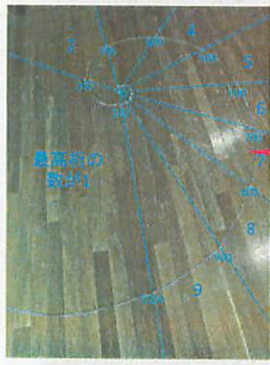
<手法>鎖の輪一つを自然数の一つに対応させて考える。



十進数とは、10 を位取りの基礎とした位取り記数法である。

⇒任意の自然数 k を 10 倍すると桁上がり

⇒10 倍で 1 周進むこととすると 1×10^n, 2×10^n, …9×10^n の数が同一直線状に並ぶ



左図の完成した螺旋において、各最高桁の数 1~9 の分布する範囲の割合を中心角を測って求める。

ベンフォード則に従う！

最高桁の数	割合	最高桁の数	割合
1	0.32	6	0.06
2	0.16	7	0.06
3	0.14	8	0.06
4	0.09	9	0.05
5	0.07		

・「指数・対数のはなし」東京図書、森毅　著を参考に指数法則を使って理論値を求めることができる。

例えば… 2^{10}倍=10^3倍(3%誤差)⇒3 周 ⇒ 2 倍⇒0.3 周

倍	1	2	3	4	5	6	7	8	9
周	0	0.3	0.48	0.6	0.7	0.78	0.85	0.9	0.95

3. ベンフォード則の利用

次にベンフォード則の利用例を調べると、以下、2 例を見つけた。

・不正経理の捜査
（「数学で身に付ける柔らかい思考力」ダイヤモンド社、ロブ・イースタウェイ/ジェレミー・ウィンダム著）
・AKB48 総選挙（第一回、第二回）の得票数の検証
(hosohashi.blog59.fc2.com/blog-entry-15.html)

自分でもベンフォード則を利用した数値の意図的な操作の検証をしたいと思い、これらをまねて次の実験を行った。

<目的>第六回 AKB48 総選挙について、ベンフォード則を利用して数値の意図的な操作が行われていないか調査する。

<手法>第六回 AKB48 総選挙で得票数の最高桁の数で 1~9 の数の現れる割合を調べる。

最高桁の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
個数	42	12	10	5	1	5	0	0	5
割合	0.53	0.15	0.13	0.06	0.01	0.06	0.00	0.00	0.06

<考察>1、2 が多く、数字が大きくなるほど少ないなど、ベンフォード則の特徴をとらえている。サンプル数が少なく、4~6 桁にしか分布していないため、ややばらつきが見られる。81 位以下の得票数には、1 桁~3 桁の値が分布しているはずで、立候補したメンバー全員のデータがあれば、よりベンフォード則に近い結果になると考えられる。

4. まとめ

・十進数の並びを螺旋で表すと、各最高桁の数が分布する範囲の割合は、ベンフォード則に従う。したがってベンフォード則は、十進数の並びの現れたものであるといえる。

・第六回 AKB48 総選挙の結果にばらつきが見られたのはサンプル数の不足と、桁数の制限が原因であると考えられる。ベンフォード則の特徴をとらえており、ベンフォード則に従っていると結論付けた。

6. 謝辞

本研究にて、数学科の正田隆之先生に多くのご指導をして頂きました。この場で厚くお礼申しあげます。