

2009年度
数学クラブと講習での1コマ

2010. 2. 6 数実研レポート

北海道上川高等学校
岡崎 知之

数学クラブ ますまて

緊急指令！ (の解答)

Q. 岡鯉と仲の良い数学教師が2人いる。岡鯉含むこの3名は、毎年3月に「例の会」というイベントを開催している。これまでは、岡鯉…佐呂間町、A先生…遠軽町、B先生…興部町、に住んでおり、毎年紋別市に集合していた。ところが、岡鯉が旭川市に異動したため、3人の移動距離を配慮し、集合場所を再検討することになった。

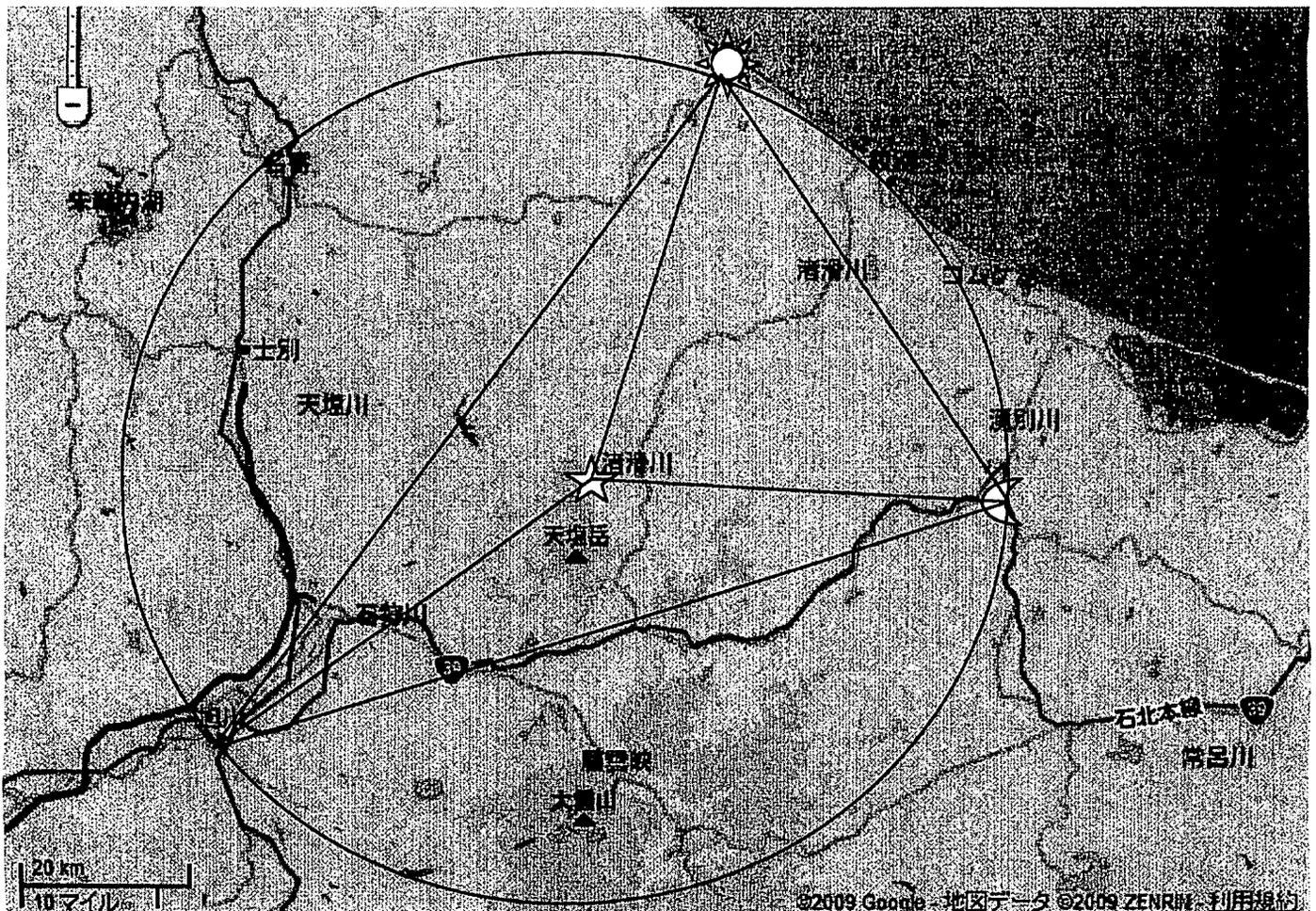
そこで、問題。

- (1) 3名の住んでいる町からちょうど距離が等しくなる場所を探してほしい。
- (2) 3名の移動距離の和が最小になるような場所を探してほしい。
- (3) 3名の移動距離の差(3名の移動距離の差の和)が最小になる場所を探してほしい。

* (2)(3)については、移動ルートを 旭川～遠軽～興部 に限って考えます。(浮島峠・天北峠は使いません。)

(1)の正解

外接円の中心が集合場所となる。3点から適当な幅でコンパスを使い、交点どうしを線で結ぶ。そのようにしてできた3本の直線(各辺の垂直2等分線)が交わる点、が、外心。



⇒ 結論 「浮島峠頂上付近」 ⇒ 熊に襲われるので不採用。

<指導内容と取り組みのようす>

現実の問題を自分の力で解いてもらうことを目的として、指導しました。

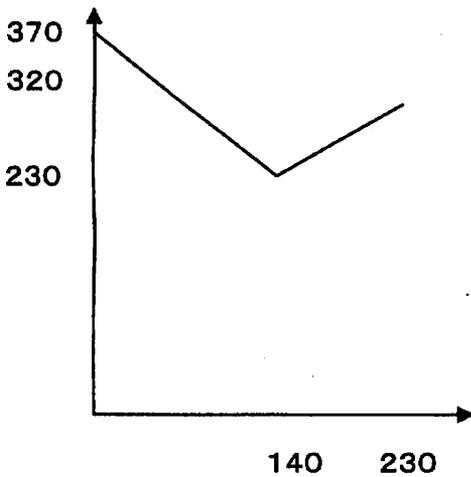
問題(1) 特にヒントは与えませんでした。が、定規とコンパスで集合地点を作図することができました。

(コンパスは指示していなかったのに、常備していたことに驚きました。)

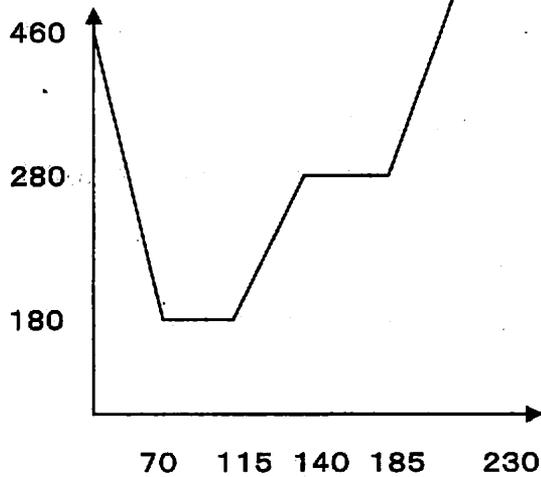
問題(2)(3) 厳密な場合分けにこだわると、問題解決の喜びが薄れてしまうと思い、次のようにアドバイスしました。

- ① 絶対値の場合分けのポイントになる x の数值を算出。
- ② ①の x に対する y の数值を算出し、プロット。
- ③ プロットした点を結ぶ。

問題(2)のグラフ



問題(3)のグラフ



生徒の口から「ほお～」という声が聞けたのと、私の悩みも解決したので、めでたし、めでたし。

2. 講習中、生徒のミスから産まれた公式

問題) $|x-1|+|x-2|=5$

$$|2x-3|=5$$

$$2x-3=\pm 5$$

$$2x-3=5 \quad 2x-3=-5$$

$$x=4,-1$$

もちろん、この計算法は誤りだが、解は一致しているので、何とか生かせる方法はないか考えた。

そこで、

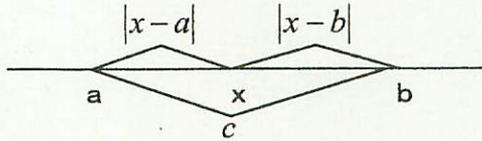
$$|a|+|b|=|a+b| \quad (ab \geq 0) \dots(\star) \text{ という限定的な公式を作ってみる。}$$

この公式からは次の公式を導くことができる。

$|x-a|+|x-b|=c$ に対し、解が存在するのは $|a-b|\leq c$ のときで

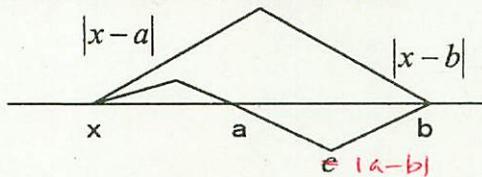
$$x = \frac{a+b \pm c}{2} \text{ である。}$$

説明) パターンA(x が a と b の間にある場合)



(x と a 、 x と b の距離の和) = c となる。

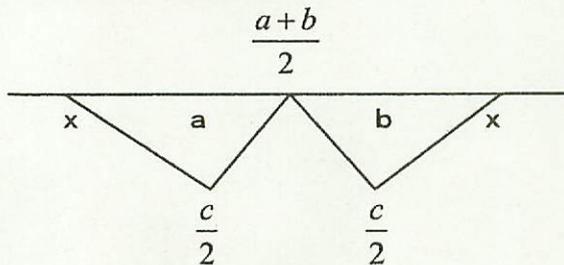
パターンB(x が a と b の外部にある場合)



(x と a 、 x と b の距離の和) $\geq c$ となる。
 $\geq |a-b|$

すなわち、パターンAは考慮に入れる必要がないので、パターンBに(☆)を利用して、上記の公式を得る。

ちなみに、 x の位置を数直線上で表すと...



生徒が解法を間違えたこの問題は

問題) $|x-1|+|x-2|=5$

$$x = \frac{1+2 \pm 5}{2} = 4, -1 \text{ と解くことができる。}$$

後日、「君のミスのおかげで、公式ができた。」と伝えたときの、驚きと嬉しさの表情は今でも印象に残っている。