旭川南高校
岡崎　知之

遊びの中の数理（web 版）　－レポート－

0.はじめに

私は2013年から現在まで、一般の方の数学に対する偏見を解消すべく、科学館で「数楽」を伝える活動を行ってきました。本レポートではその中でも高評価の題材を掲載しました。皆様にも実践していただくために、展開方法を重視しています。また、高校数学に密接に関連しているものは、より研究を深めるための課題「Deep learning」を付しています。子供たちに数学の表層と深層の両方の楽しさを感じてもらえれば幸いです。

＜題材一覧＞

1.みんなで遊ぼう
- (1) この指とまれ　…決められた回数だけ、指を自由に動かすと…
- (2) ダイヤル回し　…自分の決めた数だけ、ダイヤルをぐるぐるすると…
- (3) ラインクロス　…縦・横の列に重ならないよう数を選び、足してみると…
- (4) 入れ替えてなんぼ　…3桁の数の各位の数を入れ替えて、足したり、引いたり。すると…

2.手品で遊ぼう
- (1) 縄抜け　…手錠につながれた2人が、手錠を外さずに、自由になります。
- (2) リング外し　…紐から外すことができないリングを、あやとりの要領で外します。
- (3) 超能力カード　…誕生日が入っているカードを聞くだけで、誕生日が当てられます。
- (4) 全員整列　…縦並びのカードが一瞬で横並びに。
- (5) 透視術　…2択のカードを 100%の確率で当てます。
- (6) DrawCard　…カードを出し合って、ポイントを競いますが、結果は…
- (7) call13　…指定されたカードの山の一番上の数字を当てます。

3.市松模様で遊ぼう
- (1) コイン拾い　…順番を決めて、コインを取り合い、合計額が多い人が勝ち
- (2) 一筆書き　…すべての部屋を通って、脱出できるか。考えてみよう。
- (3) 警官と泥棒　…警官と泥棒が追いかけっこ。果たして泥棒を捕まえることはできるか？
- (4) 魔法陣　…5×5の魔法陣が、誰でも簡単に作れる方法。

4.工作で遊ぼう
- (1) 4倍法　…長方形を4つ使い、2次方程式を解きます。
- (2) プラネタリウム　…「立方体プラネタリウム」（あるごオリジナル）を作ります。
- (3) コマ　…重心を見つけ、コマを作る方法をお教えします。
- (4) テンセグリティ　…ゴムの張力バランスだけで作られる芸術作品。

5.名作ゲームで遊ぼう
- (1) カエル跳びゲーム　…カエルの位置を入れ替えるだけの、簡単で奥が深いゲーム。
- (2) 石取りゲーム　…石を取り合うだけの、古典的数学ゲーム。山の数を変えると…？

＜展開方法＆DeepLearning 解答＞

1.みんなで遊ぼう（多人数で一度に楽しめるネタ集）

(1) この指とまれ　＊道具…なし

演者から次の指示をします。

① 「左手を自分側に向けて開いてください。」

② 「『中指』に右手の人差し指を当ててください。」（運指の練習）

③ 「まず指の動かし方の練習です。これから、『指を1回動かしてください。』と言います。言われたら右手の人差し指を1つ隣の指に移動してください。」
「では、『指を1回動かしてください。』」

④ 「右手の人差し指が『人差し指』または『薬指』に移動しましたか？」

⑤ 「ここからが本番です。まず『左手の小指』に右手の人差し指を当ててください。」

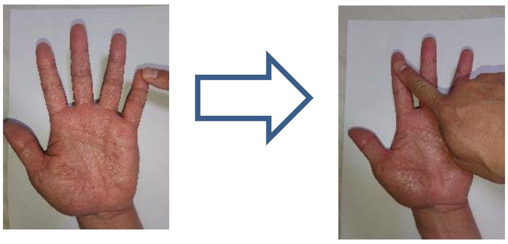
⑥ 「自由に『4回』指を動かしてください。」

⑦ 「男子は『1回』、女子は『3回』、指を動かしてください。」

⑧ 「『左に2回』、指を動かしてください。」（注1）

⑨ 「右手の人差し指は、どこに止まっていますか？」　⇒　**必ず「人差し指」に止まります！**

（注1） 「親指」に移動したときは、「人差し指」方向にターンしてください。



☆Deep learning

親指＝1，人差し指＝2，中指＝3，…と番号を対応させるとき、

（ｉ） 小指から4回指を動かしたとき、どの番号の指に止まるでしょうか。　A.1，3，5

（ii） （ｉ）の番号は、どんな種類の数ですか。　A.奇数

（iii） 下の文は（ｉ）（ii）から分かる性質をまとめたものです。
（　　）内に適する語句を入れてください。
A.（　奇数　）の番号から（　偶数　）回移動すると、（　奇数　）の番号に止まる。

（iv） このマジックのタネを解説してください。
A.奇数回移動すると、移動した後の番号の偶奇は、移動前と一致する。
偶数回　　　〃　　　　　　　　　　　　　　　　しない。
このことから、指示通り指を動かすと、必ず偶数指に止まり、そこから左に2回動かすと、「2」の指に止まります。

（ｖ） 「小指から始め、最後に人差し指に止まる」マジックを、オリジナルで作りましょう。
A.例）最初に「2回」、次に「5回」など

(2) ダイヤル回し　＊道具…ワークシート

演者から次の指示を出します。

① 「右手の人差し指を『S』の位置に置いてください。」

② 「『5以上20以下の数』を思い浮かべてください。」 (注2)

③ 「思い浮かべた数の分だけ、『矢印方向』に移動してください。ただし、円の部分に入ったら、出ることはできません。」

④ 「次に思い浮かべた数の分だけ、『時計回り』に移動してください。先ほどと同様に、円の外には出ないでください。」

⑤ 「人差し指は、どこに止まっていますか？」 ⇒ **<u>必ず下図「3」の位置に止まります。</u>**

(注2) 実際には上限数は存在しませんが、カウントしやすいよう上限を20にしました。

☆Deep learning

スタートから6コマ目(5回移動して止まるコマ)に0という番号をつけ、
左回りにそれぞれのコマに 1,2,…の番号を付けます。思いついた数が「17」のとき、

(ⅰ)「17-5」を8で割ったあまりはいくつですか。

17-5＝12　12÷8＝1　あまり　4　　A.4

(ⅱ)「17」を8で割ったあまりはいくつですか。

17÷8＝2　あまり　1　　A.1

(ⅲ) 下の文は(ⅰ)(ⅱ)から分かる性質をまとめたものです。

(　　)内に適する語句を入れてください。

A.「17-5」のあまりから「17」のあまりを(　引く　)と、
最後に止まる番号が分かります。

(ⅳ) 思いついた数を適当に1つあげ、(ⅲ)が成り立つことを確かめてください。

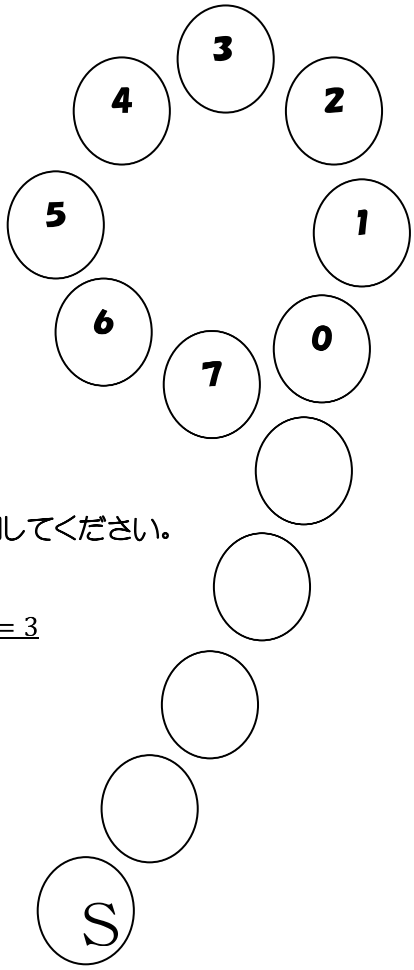
A.(省略)

(ⅴ) 思いついた数が a のとき、最後は必ず「3」の位置にいることを説明してください。

A． a のあまりを $\bar{a}$ と表記すると、

$$\overline{a-5}-\bar{a}=\bar{a}\overline{-5}-\bar{a}=\overline{-5}=\bar{0}+\overline{-5}=\bar{8}+\overline{-5}=\overline{8-5}=\bar{3}=3$$

となり、どんな数でも最後は「3」の位置になります。



あまりと位置の対応図

(3) ラインクロス　＊道具…ワークシート・筆記用具

演者から次の指示を出します。

① 「縦の3列から好きな列を選び、その列に線を引いてください。」

② 「横の3列から好きな列を選び、その列に線を引いてください。」

③ 「今引いた線が交差するマスの数を、『○』で囲んでください。」

④ 「線を引いていない2列の縦・横の列から好きな列を選び、線と『○』を書いてください。」

⑥ 「残った1列に、線と『○』を書いてください。」

⑦ 「○で囲まれた3つの数を足してみてください。いくつになりましたか？」

⇒ <u>***必ず「9」になります！***</u>

☆Deep learning

（ｉ） オリジナルの「ラインクロスシート」を作りましょう。

⇒外枠に適当に各3つの行（列）番号を配置、行番号と列番号の和をマスに書き込む。

A.（例）（↓）

	5	4	1
−1	**4**	**3**	**0**
3	**8**	**7**	**4**
2	**7**	**6**	**3**

（ｉｉ） 完成した「ラインクロスシート」から、完成前の「ラインクロスシート」の姿を当ててください。

⇒行（列）番号を a,b,…とし、連立方程式を解く。

<u>A.（例）a=-1,b=3,c=2,d=5,e=4,f=1 を求めるために</u>

<u>a+d=4　a+e=3　a+f=0　b+d=8　b+e=7　b+f=4　c+d=7　c+e=6　c+f=3　を解きます。</u>

(4) 入れ替えてなんぼ　＊道具…ワークシート・筆記用具

演者から次の指示を出します。

① 「『3つの異なる数』　を思い浮かべてください。」

② 「思い浮かべた数を並べて、『百の位が一の位より大きくなる』ような3桁の数を作ってください。」

③ 「その数の『百の位と一の位を入れ替えて』引いてください。」

④ 「引いてできた数の『百の位と一の位を入れ替えて』足してください。」

⑤ 「いくつになりましたか？」　⇒　<u>***必ず「1089」になります！***</u>

☆Deep learning

最初の3桁の数を「100a+10b+c」として、計算後の数が決まった数になることを説明してください。

A. $(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=100(a-c)+(c-a)=100(a-c-1)+100+(c-a)=100(a-c-1)+90+(10+c-a)$

＊c-a<0 から、繰り下がり計算を行う必要があります。(↑)

$(100(a-c-1)+90+(10+c-a))+(100(10+c-a)+90+(a-c-1))=100\cdot 9+180+9=1089$

2. 手品で遊ぼう(ステージショー向けのネタ集)

(1) 縄抜け　＊道具…光るリング(太)(ダイソー製)×1セット・ロープ(1m 程度)×2

① 演者が体験者を2名募ります。

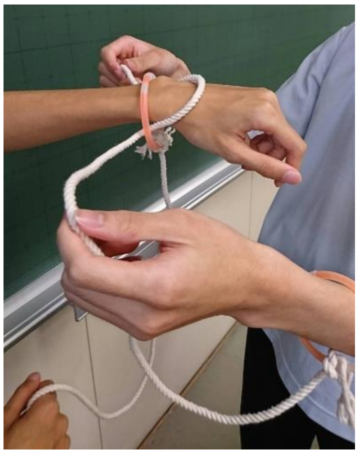
② 体験者に手錠をします。
ただし、1人目のロープの内側に、2人目のロープを通過させるようにします。(画像1)

③ 体験者に「手錠を外さずに、バラバラになる」よう指示し、制限時間内に外してもらいます。

④ 外せなかった場合は、その方法を教え、外してもらいます。　⇒**外し方は（画像２）を参照**

(画像1)

(画像2)



＊相手のロープを自分の手錠と手首の間に通します。

(2) リング外し

＊道具…カラーひも(手芸店で手に入ります。1m 程度)×1・リング(書類綴じ用)×1

① 体験者を1人選び、両方の親指を立ててもらいます。

② 立てた片方の親指に、紐をひっかけます。

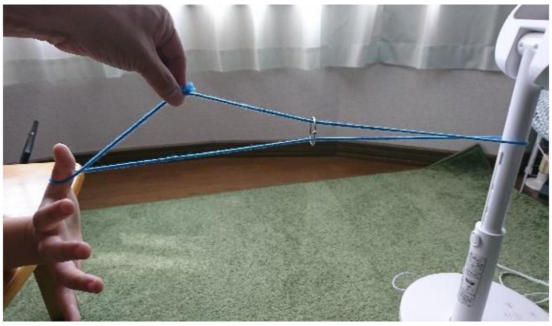
③ リングの輪に紐を通します。

④ もう片方の親指に、通した紐をひっかけます。

⑤ この時点で、リングは紐から外れません、が、あやとりの要領で紐を外します。

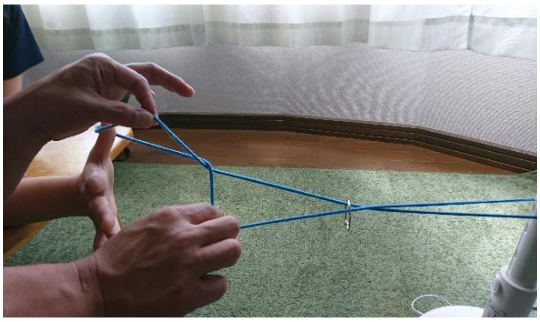
＊外し方は画像3～9を参照

（画像3）



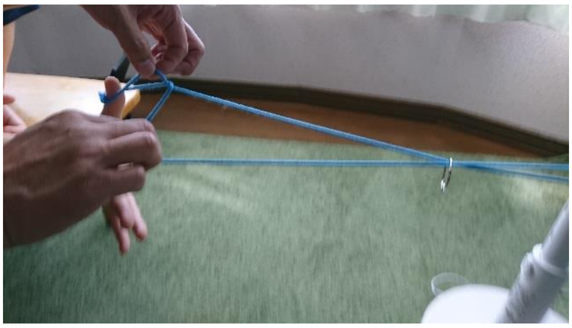
手前の紐を左手で持ち上げて「山」を作る

（画像4）



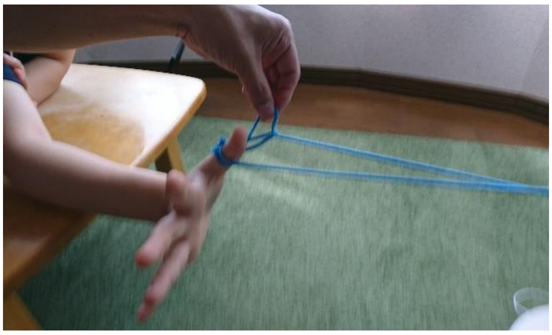
奥の紐を右手でつまみ、「山」を囲むように
手前に持ってくる

（画像4）



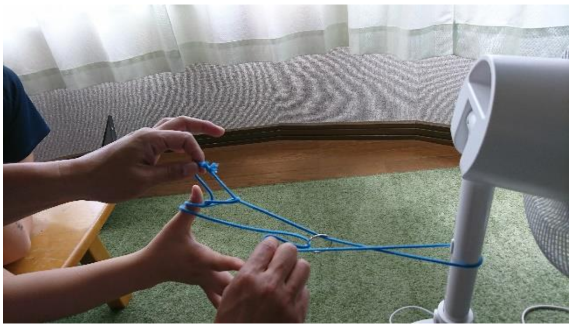
右手をそのまま相手の右手に近づけて…

（画像5）



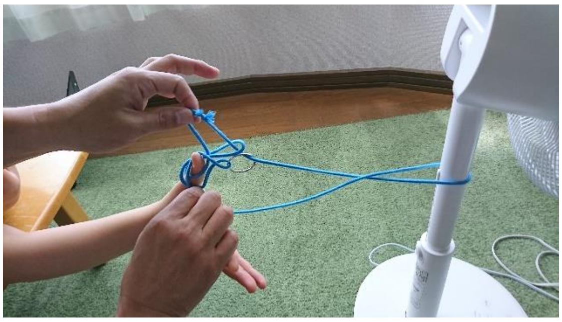
相手の右手の親指にかける

（画像6）



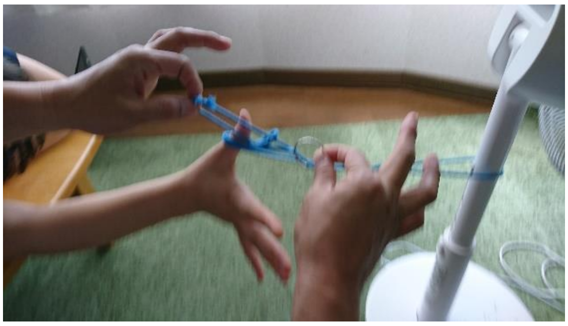
リングの反対側の紐を右手でつかむ

（画像7）



つかんだ紐を相手の右手の親指にかける

（画像8）



リングを右手でつかみ、左手でつかんでいた
紐を離し、ゆっくりとリングを引いていくと…

（画像9）

外れました！

(3) 超能力カード　＊道具…ワークシート

体験者を一人選び、次の指示を出します

① 「誕生日の日付、つまり『何月何日』の『何日』の方を思い出してください。」

② 「では、『A』　のカードの中に、その日付は入っていますか？」

③ 「『B』の中には…（以後『E』まで確認）」

④ 「それでは、日付が入っているのは『（カード名）』『（カード名）』…のカードですね？」

⑤ 「あなたの誕生日は『〇日』　です！」

⇒　相手が選んだカードの右上の数（1，2，4，8，16）の和が、誕生日になります！

☆Deep learning

（ｉ）カードの右上の数で作られる数列、「1，2，4，…」は、どのような法則で作られているか。

A.「初項1、公比2の等比数列」，「2^{n}」など

（ｉｉ）このカードは2進数を利用して作られている。その理由を説明せよ。

A.例えば　「5＝1＋4」なので、右上が1，4のカードに5を含めれば、マジックは成立。

これを2進数で考えると「5＝101＝1＋100」となり、和の組み合わせが

分かりやすくなります。

（ｉｉｉ）オリジナルの「超能力カード」を作りましょう。

A.（省略）

（ｉｖ）「n 行×n 列」の正方超能力カードは、いくらでも作れるのでしょうか？

A.作れません。

例えば1の位が「1」になる5桁の2進数は、2^4個＝16 個あります。

4×4のカードは4^2マスで構成されているので、ちょうど全マスが埋まります。

すなわち、「$n^2=2^n$」が成立するときのみ、超能力カードが作れますが、

この条件が成立するのは、n＝2，4のときに限ります。

（Ｖ）「『$n^2=2^n$』が成立するのは、n＝2，4のときに限る。」ことを証明せよ。

この解を見つけるには、「$n^2<2^n$（n＞4）」を証明すればよい。

帰納法で n=k+1 のとき、以下の式を根拠に証明できます。

$$2^{k+1}-(k+1)^2>2\cdot 2^k-(k+1)^2>2\cdot k^2-(k+1)^2=k^2-2k-1=(k+2)(k-4)+7>0$$

(4) 全員整列　＊道具…トランプ

最終形

① トランプの中から「J、Q、K、A」を抜き出します。

② それらを記号ごとに分けます。

③ さらに「J→Q→K→A」の順に縦に並べます。

④ 完成した4つの山を、順を変えないように重ねて、裏返しにします。

⑤ その山から、適当に上から数枚をつかみ、山の隣に置きます。

⑥ その山に残った山を乗せます。

⑦ 山の上のカードから順に、表向きに4枚ずつ横に並べます。

⑧ カードの並び方に変化が現れます。　⇒　**JJJJQQQQKKKK…のように数字ごとに並びます！**

(5) 透視術　＊道具…トランプ

① 「1、2、3」のカードを各1枚、計3枚用意します。

② 演者から見て、右から「1→2→3」の順になるよう、カードを表にして置きます。

③ 体験者を1人選び、カードの位置を確認してもらいます。

④ 体験者に、カードをそのまま裏返してもらいます。

⑤ 演者が体験者に背中を見せ、カードが見えないようにします。

⑥ 体験者に3枚のうち2枚のカードを選んでもらい、位置を交換してもらいます。

⑦ ⑥をもう1回繰り返します。

⑧ 演者の向きを戻し、体験者に体験者から見て左のカードを取ってもらいます。

⑨ 演者が真ん中のカードを取り、その数を見て、体験者のカードの数を確実に当てます。

⇒「(真ん中のカードの数)＋１」が体験者のカードの数です！

＊ただし、3＋1＝4は「1」とみなします

☆Deep learning

(ｉ) 2回のカード交換の方法は何通りありますか？

$\left({}_3C_2\right)^2 = 9$（通り）

(ｉｉ) 2回のカード交換の方法はで生ずる最後のカードの配置は何通りありますか？

(3　2　1)→(2　3　1)→(2　1　3)

(3　2　1)→(3　1　2)→(1　3　2)

(3　2　1)→(3　1　2)→(2　1　3)

(3　2　1)→(1　2　3)→(1　3　2)

(3　2　1)→(1　2　3)→(2　1　3)

(3　2　1)→(2　3　1)→(3　2　1)

(3　2　1)→　…　→(3　2　1)　A. 3通り

＊これでタネが分かりましたね！

(6) DrawCard　＊道具…トランプ

体験者同士でペアを組んで、次のゲームに挑んでもらいます。

① ハート(またはダイヤ)とスペード(またはクローバー)のカードを用意します。

② 体験者にそれぞれ「赤組」「黒組」を決めてもらいます。

③ 1つの山にまとめて、裏返しにし、カードをよく切ります。

④ カードを交互に配り、2人で分けます。

⑤ 自分のカードの色を確認して、「いっせーのーで！」の掛け声で、場に1枚ずつカードを出します。

⑥ 場に出たカードが「両方とも赤」なら「赤組」の人が、「両方とも黒」なら「黒組」の人がカードを取ります。

⑦ 出たカードが異色ならば、場から捨てます。

⑧ 全部のカードを出し終えたら、取ったカードの枚数を数えます。

⑨ カードの枚数が多いほうが勝ち、ですが…。納得がいかなければ、再プレイします。

⇒　必ず引き分けになります！

☆Deep learning

「必ず引き分けになる」理由を説明してください。

赤黒のペア数をnとすると

「赤のペア数＝黒のペア数＝(12-n)÷2」となるからです。

（7）call13　＊道具…トランプ

体験者を1人選びます。

① ジョーカーを除いた52枚のトランプを用意します。

② カードを裏返して、よく切ります。

③ 次の方法で3つの山を作ります。

④ 一番上のカードをめくって、山の隣に表が見えるように置きます。

⑤ そのカードの数をコールし、13まで数を呼び上げます。呼び上げる際に、山から1枚ずつカードをめくり、表が見えるように重ね、終わったら裏返します。

（例）最初のカードが「10」

→「11」「12」「13」のコールに合わせて、3枚のカードを重ねる。

⑥ ⑤を繰り返し、3つの山を作ります。

⑦ 3山以外の残ったカードの山を、演者が持ちます。

⑧ 演者が体験者に背中を向け、3つの山のうち1つを取ってもらいます。

⑨ 残った2つの山の位置を適当に移動してもらいます。

⑩ 演者が体の向きを戻し、残った2つ山の一番上のカードをめくります。

⑪ 演者が持っている残りのカードの山から、『⑩のカードの数字分』、カードを捨てます。

⑫ 同じ山からさらに、『10枚』捨てます。

⇒　**手元に残っているカードの枚数が、相手の山の一番上のカードの数です！**

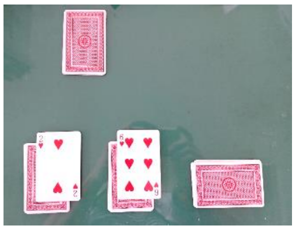
⑤山を作る要領（→）

（例）最初に「J」が出た場合

⇒「11」「12」「13」

と唱えながら、

さらに2枚のカードを重ねる。



⑧3山が完成し、相手に1山選んでもらった状態（↓）

⑩相手の数を当てる状態（↑）

（例）自分の山の一番上の数が、「2」「6」

⇒「2」＋「6」＋「10」＝18枚

を余りから捨てる

⇒「余りの枚数」＝「相手の数」

☆Deep learning

（ｉ）3つの山の一番上のカードの数を a,b,c として、タネを解説してください。

各山は（枚数）＝14－（一番上のカードの数）という法則が成り立つ。

（例）一番上が「10」⇒（枚数）＝14－10＝4

よって、

(14-a)+(14-b)+(14-c)＋(余りの山)＝52

42-a-b-c＋(余りの山)＝52

A.a=(余りの山)-(b+c+10)

（ii）**「2山」を「1山」に変更すると、最後に何枚引くことになるでしょう？**

(14-a)+(14-b)＋(余りの山)＝52

a=(余りの山)-(b+24)

A.24 枚

（iii）**「2山」を「3山」に変更すると、どんなことが起こるでしょう。**

(14-a)+(14-b)+(14-c)＋(14-d)+(余りの山)＝52

A=(余りの山)-(b+c+d)+4

A.4枚加えることになり、マジックが成立しません。

（ⅱ）（ⅲ）から「2山」がベストだと分かります。

1.　市松模様で遊ぼう

(1) コイン拾い　＊ワークシート・筆記用具　または　コイン（またはその代用品）

体験者2人でペアを組ませます。

（ルール）
・じゃんけんで先攻・後攻を決め、1枚ずつコインを取り合う。
・取れるコインは両端のコインのみ。
・コインの合計額が多いほうが勝ち。

⇒　***実は、先攻必勝です！***

☆Deep learning

先攻の必勝法を考えてください

後攻が取った隣のコインを取り続けることで、先攻・後攻の取るコインの配置が交互になる。

その場合　左端から交互⇒100＋10＋5＋10＝125 円

右端から交互⇒10＋100＋100＋1＝211 円　となるので、

先攻が右端の 10 円を取ったあと、後攻の隣のコインを取り続ければよい。

(2) 一筆書き　＊ワークシート・筆記用具

一人用遊びです。

（課題）　・すべての部屋を通って、スタートからゴールにたどり着けるか？
（ルール）・部屋の移動は上下左右のみ。
・1部屋につき一度しか通過することができない。

☆Deep learning

（1） 課題はクリアできるでしょうか？

できません。

（2） (1)の理由を述べてください。

移動する部屋の色の順は「黒→白→黒→白→…」となります。
この法則から最後の部屋は「白」ですが、ゴール直前の部屋は「黒」なので、
最後にこの部屋を通過することはできないからです。

（3） 警官と泥棒　＊ワークシート・コマ×2種（色紙を型抜き（100 均一で販売）で抜くとお手軽）

体験者2人でペアを組ませます。

（ルール）

- 警官役・泥棒役をそれぞれ決める。
- 1回に1コマずつ、交互に移動できる。
- 先攻は泥棒。
- 警官が泥棒と同じコマに止まったら勝ち。

☆Deep learning

（1） 泥棒を捕まえるためには、地図上のあるルートを通る必要があります。それはどこでしょうか？

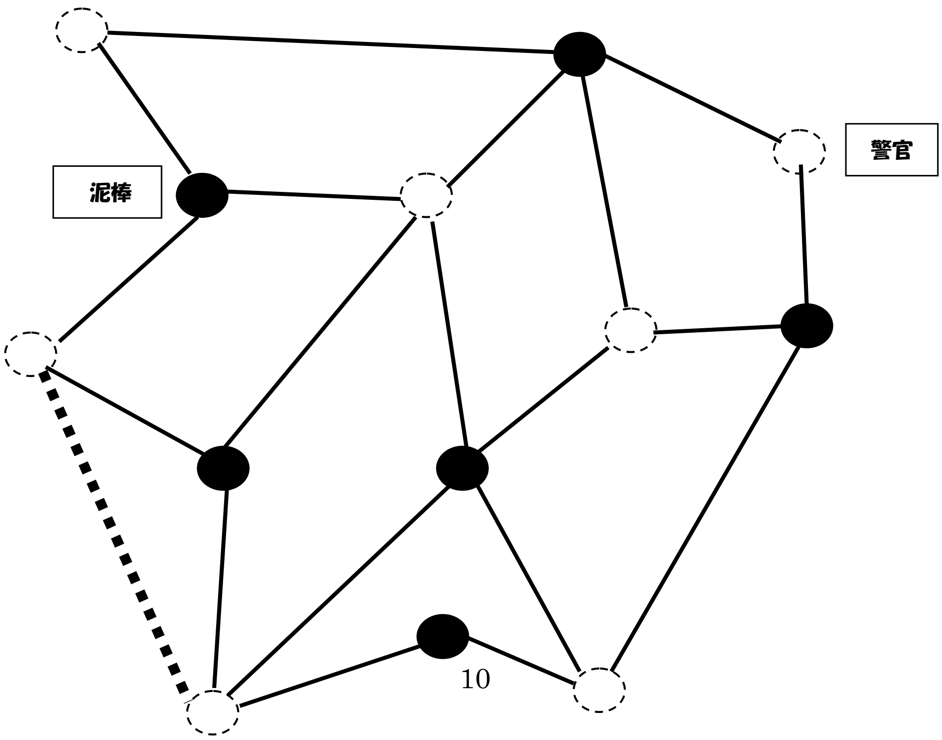
次頁の地図上の「点線のルート」です。

（2） (1)の理由を述べてください。

泥棒を捕まえるためには、次頁の地図の「同じ色のマス」に止まる必要がありますが、
「点線のルート」を通ることによって、この状態にすることができるからです。

（泥棒）　○ → ● → … → ● → ○ → ● → ○ → …

（警官）　● → ○ → … → ○ → ○ → ● → ○ → …



（4）魔法陣　＊ワークシート・筆記用具

①　黒枠の中に、1から25までの数を、スラローム状に入れていく。

②　正方形の外の数を、反対側に5マス平行移動させる。

☆Deep learning

（1）各列（タテ・ヨコ・ナナメ）の和はいくつですか？

65

（2）各数を5で割った余りをその数の代わりに配置すると、各列にある法則が現れます。
その法則を述べてください。

各列に余りが 1,2,3,4,5の数がすべて入る。

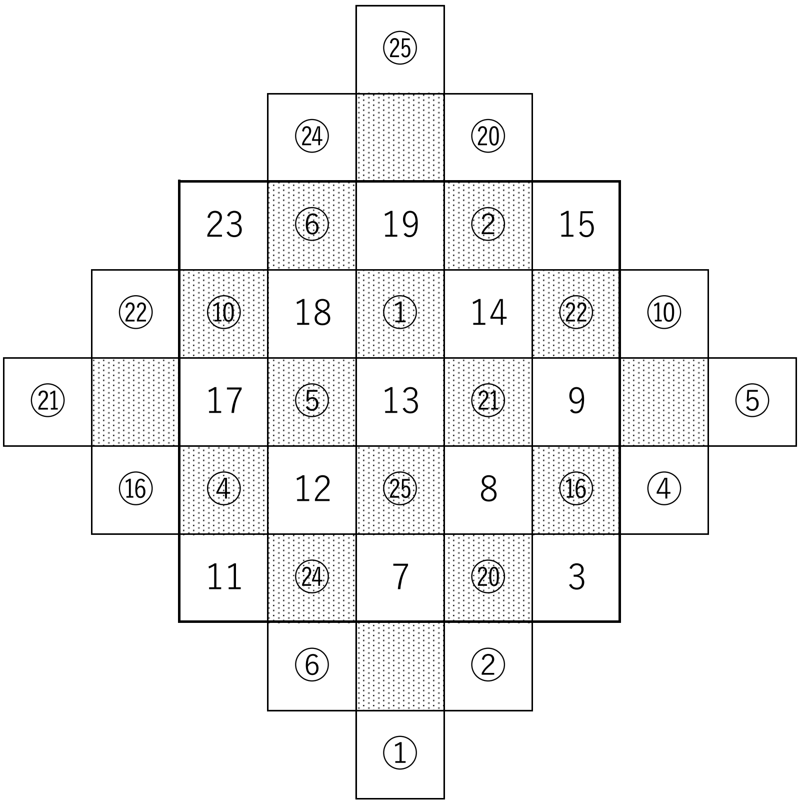
（3）さらに、各数を5で割った商をその数の代わりに配列して、和が（1）の数になる理由を
見つけてください。

次頁の図には、余りを数で、商が同じものを同じく塗りつぶしている。
各列には、ある1列を除き、商が1～5の数、余りが1～5の数がすべて含まれているので、
各列の和は

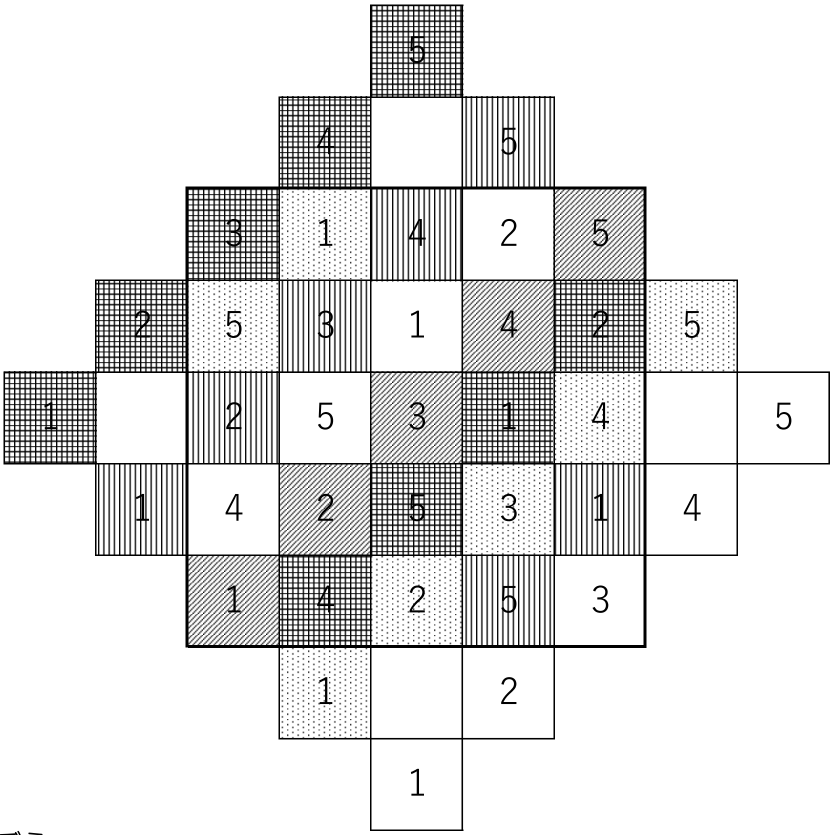
$5(1+2+3+4+5)+(1+2+3+4+5)$
$=6(1+2+3+4+5)$
$=6\times 15$
$=65$

すべて含んでいない列の和も65になるので、和はすべて65になる。

バシェーのテラス法（完成図）



バシェーのテラス法（タネ）



2.　　工作で遊ぼう

（1） 4倍法　＊ワークシート・筆記用具
ワークシートを参照してださい。

☆Deep learning

（ｉ）2次方程式 $x^2 + x = 2$ を4倍法を用いて解いてください。

$\underline{x^2 + x = 2}$

$4x^2 + 4x = 8$　　　　←まずは4倍。

$4x(x+1) = 8$　　　　←長方形の（縦）×（横）をイメージ

$(2x+1)^2 - 1^2 = 8$　　→

$\underline{(2x+1)^2 = 9}$

$\underline{2x + 1 = \pm 3}$

$\underline{x = -2\,,1}$

（ii）4倍法を用いて、解の公式を作ろう。

＊$x^2 + bx = -c$ について解の公式を作り、

$ax^2 + bx + c = 0$ → $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ として、$\frac{b}{a} \to \mathrm{b}, \frac{c}{a} \to c$ に代入。

＊(2)(3)(4)…「遊びの中の数理(シート)」をご参照ください。

3.　　名作ゲームで遊ぼう

＊(1) …「遊びの中の数理(シート)」をご参照ください。

(2) 石取りゲーム

☆Deep learning

＜1山くずし＞

(ⅰ) このゲームは先攻・後攻どちらが勝ちやすいでしょうか？

先攻

(ⅱ) このゲームでは、1回のターンで先攻と後攻の石の個数の合計を一定にすることができます。
その一定の個数はいくつですか？

○××× ○○×× ○○○× ⇒4個

(ⅲ) (ⅱ)を利用した必勝法を考えてください。

先攻が最初に3個取り、相手に合わせて4個になるように取っていく

(例) ○○○ ×○○○ ×××○ ××○○ ×

(ⅳ) 21個だと、先攻・後攻いずれに必勝法があるでしょうか。

⇒1回あたりの2人の石の個数の合計は4個に保つことができます。

(例)1個＋3個,2個＋2個,3個＋1個

取ってはいけない1個を取り除いた15個を4で割ると3余るので、

(ⅴ) 1度に取れる石が3個まで、石の総数が n 個のとき、必勝法はどうなるでしょうか。

⇒4で割り切れない場合⇒余りを先攻が取り、以後相手の石との合計を4個に保つと先攻勝ち。

〃 割り切れる 場合⇒相手の石との合計を4個に保ち続ければ、後攻勝ち。

(ⅵ) 1度に取れる石を 4 個までとすると、先攻・後攻いずれに必勝法があるでしょうか。

⇒後攻。

1回あたりの2人の石の個数の合計を5個に保つことができる。

16個から最後の石の1個を惹くと16－1＝15は5で割り切れるから。

(ⅶ) 1度に取れる石が k 個まで、石の総数が 16 個のとき、必勝法はどうなるでしょうか。

⇒16-1=15 が k で割り切れれば、後攻。そうでなければ、先攻。

(ⅷ) **1度に取れる石が k 個まで、石の総数が n 個のとき、必勝法はどうなるでしょうか。**

⇒ n-1 が k で割り切れれば、後攻。そうでなければ、先攻。

お遊びいただき、ありがとうございました！

石取りゲーム　必勝法

ＮＯ．１　「２山くずし」

☆ルール
①２人で交互に石を取りあう
②石は何個でも取ってよい。ただし、同時に２つの山からは取れない
③置いてある石を「すべてなくした人」が勝ち

☆必勝法
＜どっちが勝つの？＞
先手
＜どうやるの？＞
２つの山の個数が常に等しくなるように取る

ＮＯ．２　「１山くずし」

☆ルール
①２人で交互に石を取りあう
②１回に取れる個数は３個まで
③「最後の石を取らなかった人」が勝ち

☆必勝法
＜どっちが勝つの？＞
先手（１６個の場合）
＜どうやるの？＞
①　最初に３個取る。
②（相手の石）＋（自分の石）＝４個になるように取る。

（ＮＯ２解説）　●…先手　○…後手

●●●　○●●●　○○●●　○○○●　○←後手が必ず取ることになる

＊ＮＯ３は別紙で解説します。

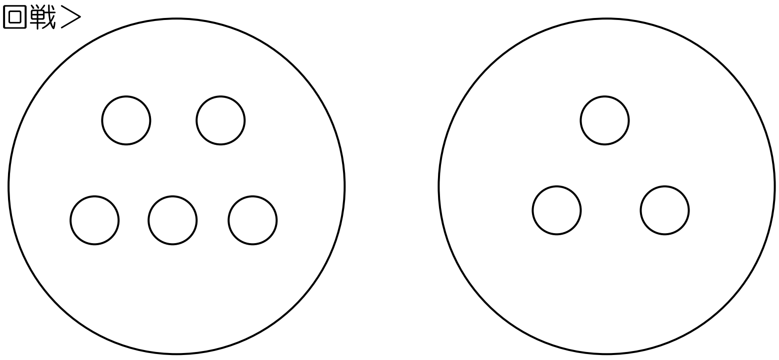
お家で遊ぼう！

石取りゲーム　プレイシート

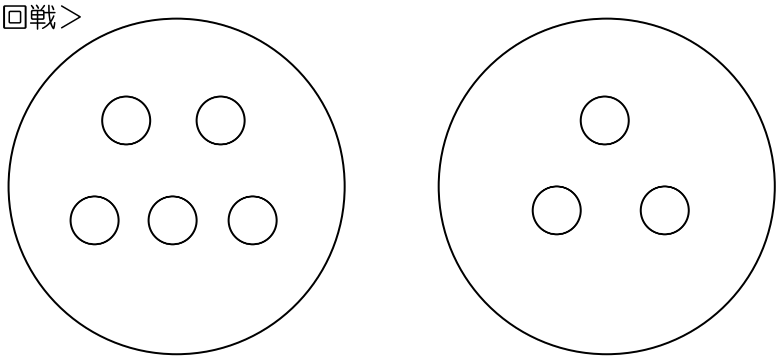
＊取った石に「×」をつけて、遊んでね❤

ＮＯ．１　「２山くずし」

＜１回戦＞



＜２回戦＞



ＮＯ．２　「１山くずし」

＜１回戦＞

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ●

＜２回戦＞

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ●

＜３回戦＞

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ●

お遊びいただき、ありがとうございました！

石取りゲーム　必勝法

ＮＯ．３　「３山くずし」

☆ルール
　①２人で交互に石を取りあう
　②石は何個でも取ってよい。ただし、同時に２つ以上の山からは取れない
　③置いてある石を「すべてなくした人」が勝ち

☆約１００年前に必勝法が発見されました。まずは以下の言葉と計算法を覚えてください。

＜２進法＞
　数を０と１のみで数える方法を「２進法」といいます。
（１０進法）　１，　２，　３，　　４，　　５，…
（　２進法）　１，１０，１１，１００，１０１，…

＜排他的論理和＞
　０と１に対し、足し算をつぎのように定義します。
　　０＋０＝０　１＋１＝０　（同じものを足すと０）
　　０＋１＝１　１＋０＝１　（違うものを足すと１）

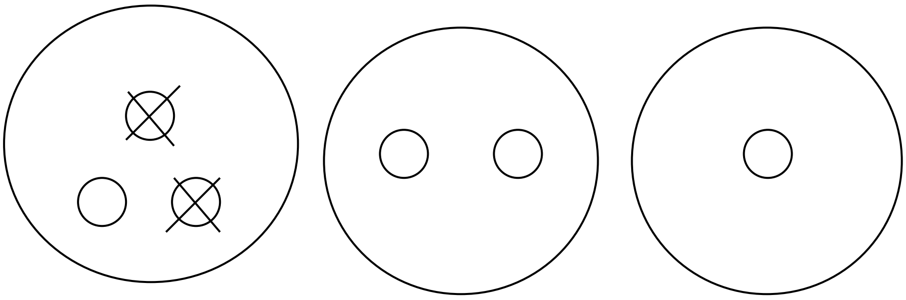
＜完全な状態・不完全な状態＞
　２進数で表した石の個数を、排他的論理和の方法で足したとき、
　　各桁がすべて０の状態を、「完全な状態」。
　　それ以外の状態を「不完全な状態」。という。
　＊「完全な状態」から石を取ると、必ず「不完全な状態」になる。

☆必勝法
　＜どっちが勝つの？＞
　　最初の状態が完全ならば後手、不完全ならば先手
　＜どうやるの？＞
　　常に完全な状態を維持するように、石を取る

これを見て、すべてを悟った人…はいませんよね？
裏面で、例を紹介します。

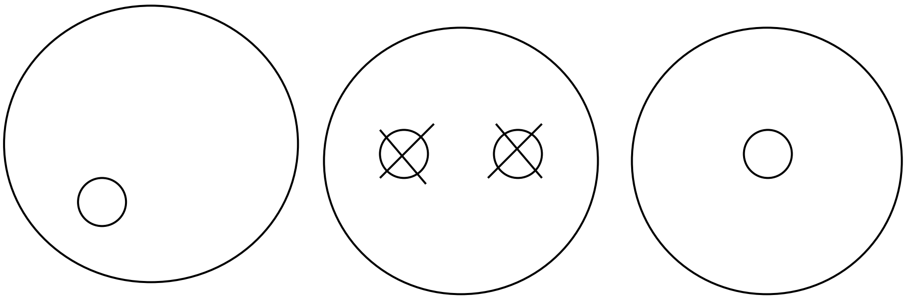
（例）　３個　→　１１
　　　　２個　→　１０
　　　　１個　→　　１
　　　　　　　　００　←　完全な状態からスタート　⇒　後手勝ち

①　先手が２個取る



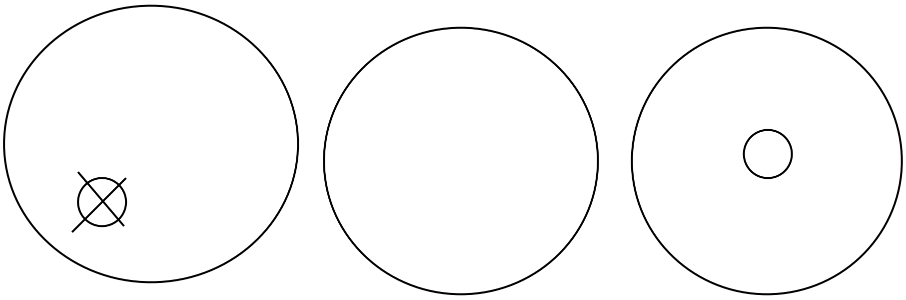
１個　→　　１
２個　→　１０
１個　→　　１
　　　　　１０
　　　　　↑不完全

②　後手が２個取る



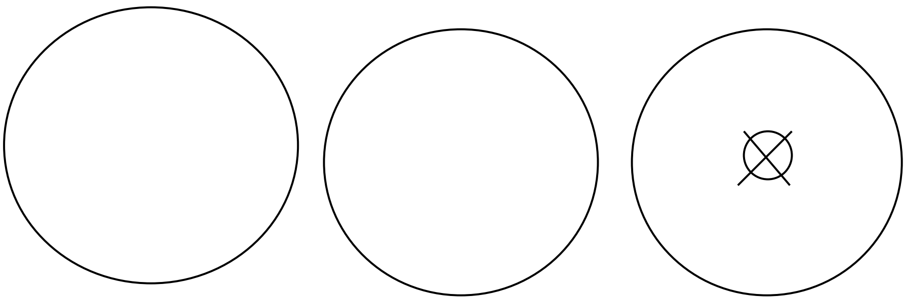
１個　→　１
０個　→　０
１個　→　１
　　　　　０
　　　　　↑完全

③　先手が１個取る



０個　→　０
０個　→　０
１個　→　１
　　　　　１
　　　　　↑不完全

③　後手が１個取る　⇒　勝ち



０個　→　０
０個　→　０
０個　→　０
　　　　　０
　　　　　↑完全

まとめ

数学研究部を初めて、通算9年目を迎えました。「生徒が数学を好きになる」←「保護者の数学の観方を変える」←「日本人の数学観を変える」という論理で、決められた生徒だけを対象とするよりも、老若男女に数楽を伝えるべく、科学館で体験展示を始めました。最近ではリピーターの方や次の展示に期待を持っていただける方が現れたりして、少しずつ感触をつかんでいます。

さて、このレポートに掲載した題材は「レクリエーション数学」と呼ばれるものですが、ゲームやパズルを織り交ぜて一見楽しく見える反面、高校の先生方からは「教科書に掲載されていない」「数学の本質ではない」という意見を伺っております。私も純粋数学（最近は純粋の定義もあやしいですが）が好きな人間なので、その意見には反対ではないのですが、レクリエーション数学には教科書の体系的な数学にはない長所があります。例えば、元の題材を真似てオリジナルの教材を作成したり、成立条件を探ったり、一般化したり、…。題材によっては未だに解明されていない問題もあります（正方魔法陣の個数など）。もちろん数学研究の過程でもこのような行動は起こりますが、導入時点で数学をモデル化している分、体験者が主体的に取り組んでくれるのが最大の長所です。

ただ何よりもレクリエーション数学を上手に扱うには、指導者自身が徹底的に「遊ぶ」ことです。「夏季セミナー」に参加できなかった先生方（数学ファンの方？）も、ご家族や友人と楽しんで、湧き上がる「伝えたい」衝動を日々の教育の原動力にしていただけると幸いです。

最後に、私の好きな言葉をひとつ。

「私の仕事は遊びだ。真剣な遊びだ。」（M.C.エッシャー）

4.　主な参考文献

・完全版マーティンガードナー数学ゲーム全集①～④（日本評論社　マーティン・ガードナー）
・パズル本能（白揚社　マーセル・ダネージ）
・チューリングと超パズル（東京大学出版会　田中一之）
・学校設定科目『楽しい数学』の1年（エクシート　伊禮三之）
・数学活用（啓林館　根上生他）
・数と図形の歴史70話（日本評論社　上垣渉　何森仁）
・数学の部屋（http://math.a.la9.jp/）

（第 101 回数学教育実践研究会「夏季セミナー」　にて発表）