2019.6.1　第109回数学教育実践研究会資料

「穴埋めプリント」＋「ＧＷ」＝？

北海道足寄高等学校　今　野　嵩　弘

１．経歴

北広島高卒 → 日本大学卒 → 石狩南 → 足寄

２．授業形態

① グループ提示（毎時間シャッフル・原則４人１組）
② 授業プリント配布（Ａ４両面刷り１枚）
③ グループ演習（グループ内での相談いつでも可・必要に応じて教科書、問題集、電子辞書等使用可）
④ 解答解説 or 生徒発表（グループから自由に発表者１名を選出してもらう）
⑤ 授業終了時に振り返りシート配布（提出期限は翌朝ＳＨＲ開始前まで。提出自由）

３．最近感じること

授業準備が非常に大変であるが、「教え込まない授業」を実現し、新しいスマホやゲーム機を手にしたときの、説明書を読む前に「まず触れてみる」という作業から始まり、行き詰まったら他者に聞いたり、インターネットで調べたり、攻略本を手に取ったりという当たり前の行動を数学の学習でも自然に引き出すことができつつあるように感じている。（最近では YouTube で授業動画を調べて問題解決を図る生徒も出てきている。）

新出事項の導入は穴埋めにすることで、教師の説明によって「与えられるモノ」から自分の手で「つかみ取るモノ」という位置づけにし、教科書を調べることに始まり、教科書に書かれている言葉を自分で解釈する機会を増やすことで、読解力向上にもつなげたいと考えている。

グループワークでプリントを進めていくことで、一人一人の疑問・質問を拾いやすくなり、幅広いつまずきに対応しやすくなったことは大きな利点であると感じる。また、単純に数学的技能を向上させるだけではなく、数学を通して、分からないことを「分からない」と口に出して言える・正しく他者に伝えられることの大切さを日常的に生徒に求めることで、幅広い学力層に対して意義のある授業になると信じている。

今年度から生徒による黒板での説明を取り入れ、プレゼンテーションとまではいかないものの、全体に対して自分の考えを分かりやすく伝える難しさを感じてもらうことや、人前に立つことに慣れてもらいたいと考えている。（生徒間で疑問をぶつけ合ったり、補足説明をする光景も見受けられ、想像以上に良い雰囲気である。）

限られた授業時数の中で、いかに生徒が思考（試行）している時間を多く確保し、単元を進めて（終わらせて）いくか。現状で考え得る最善の授業形態を模索し続け、最善の準備（授業プリント制作）に今後も励みたい。

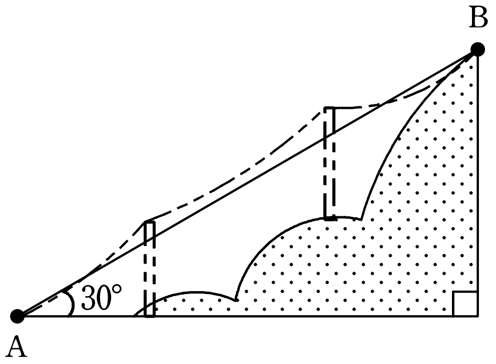
４．今回のレポートについて

実際に授業で使用している自作のプリントの中から、~~自己満足の~~穴埋め部分を抜粋してみただけです。

数学Ⅰ　～sin , cos 初登場編～

考察　次の空欄を埋めよう。

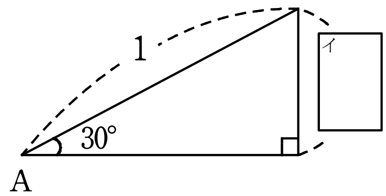
右図のような、傾斜角 30° で、地点 A , B 間の距離が 500 m のリフトがある。



このとき、地点 A , B の標高差は $\boxed{ア}$ m である。

また、「地点 A , B 間の距離」と「地点 A , B の標高差」について、 $\dfrac{\boxed{ア}}{500}=\boxed{イ}$ が成り立つ。

このことは、∠A＝30° とする $\boxed{\text{斜辺の長さが1}}$ の直角三角形における高さが $\boxed{イ}$ であることを表しており、この高さを

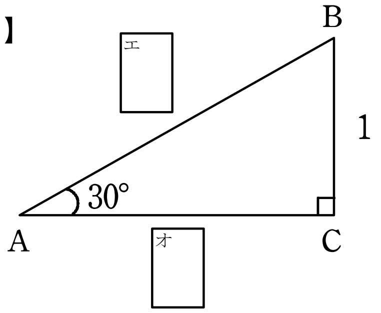


「サイン」または $\boxed{ウ}$ といい、 $\sin 30°=\boxed{イ}$ と表す。

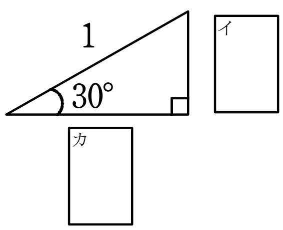
一般的には、【図１】のような直角三角形 ABC において、$\boxed{\text{斜辺の長さを1}}$ にするために各辺を $\boxed{エ}$ で割り、

【図２】を導くことで、 $\sin 30°=\boxed{イ}$ と考える。

【図１】



【図２】

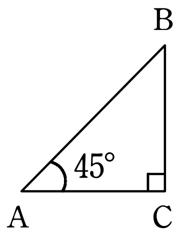


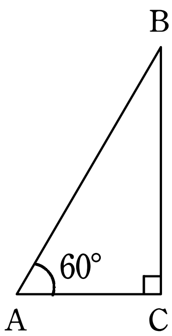
また、$\boxed{\text{斜辺の長さが1}}$ の直角三角形における $\boxed{\text{底辺の長さ}}$ を、「コサイン」または $\boxed{キ}$ といい、

$\cos 30°=\boxed{カ}$ と表す。

同様にして、 $\sin 45°=$ 　　　　　$\sin 60°=$

$\cos 45°=$ 　　　　　$\cos 60°=$





考察　次の空欄を埋めよう。

ex. BEA , CAD

A , B , C , D , E の 5 個の文字の中から 3 個の文字を選んで横 1 列に並べるとき、左から順に

$\boxed{ア}$ 通り、$\boxed{イ}$ 通り、$\boxed{ウ}$ 通りの並べ方があるので、並べ方の総数は、$\boxed{ア} \times \boxed{イ} \times \boxed{ウ} = \boxed{エ}$ 通り

ここで、すべての並べ方を書き出すと以下のようになることから、3 個の文字の順序を考慮せず、組合せのみに

着目すると、組合せの総数は $\boxed{オ}$ 通り　あることがわかる。

ABC　ACB　BAC　BCA　CAB　CBA	ABD　ADB　BAD　BDA　DAB　DBA
ABE　AEB　BAE　BEA　EAB　EBA	ACD　ADC　CAD　CDA　DAC　DCA
ACE　AEC　CAE　CEA　EAC　ECA	ADE　AED　DAE　DEA　EAD　EDA
BCD　BDC　CBD　CDB　DBC　DCB	BCE　BEC　CBE　CEB　EBC　ECB
BDE　BED　DBE　DEB　EBD　EDB	CDE　CED　DCE　DEC　ECD　EDC

一般に、異なる n 個のものの中から r 個を取り出し、順序は考慮しないで 1 組にしたものを

「n 個から r 個取る組合せ」といい、その総数を ${}_nC_r$ と表す。　※　C … *Combination*（組合せ）

よって、A , B , C , D , E の 5 個の文字の中から 3 個の文字を選んで①、その 3 個の文字を横 1 列に並べる②とき、

並べ方の総数は $\underset{①}{{}_{\square}C_{\square}} \times \underset{②}{\boxed{カ}\,!}$ と表すこともできるので、${}_{\square}C_{\square} \times \boxed{カ}\,! = {}_{\square}P_{\square}$ が成り立つ。

したがって、${}_{\square}C_{\square} = \dfrac{{}_{\square}P_{\square}}{\boxed{カ}\,!} = \dfrac{\boxed{ア}\cdot\boxed{イ}\cdot\boxed{ウ}}{\boxed{キ}\cdot\boxed{ク}\cdot\boxed{ケ}} = \boxed{オ}$

Check　${}_nC_n = {}_nC_0 = \boxed{}$

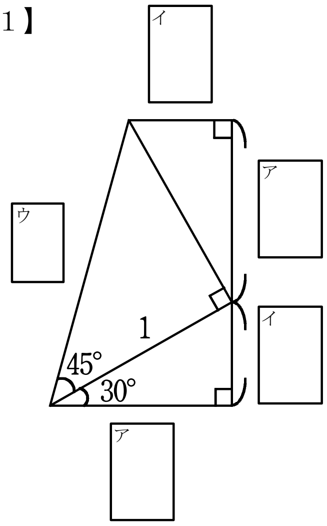
${}_7C_5 = {}_7C_{\square} = \boxed{}$

練習　(1)　${}_5C_2$　　(2)　${}_7C_3$　　(3)　${}_6C_5$

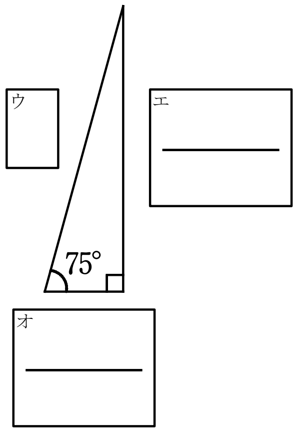
数学Ⅱ　～加法定理を作ってみよう編～

考察１　$\sin 75^\circ$, $\cos 75^\circ$, $\tan 75^\circ$ の値を求めよう。

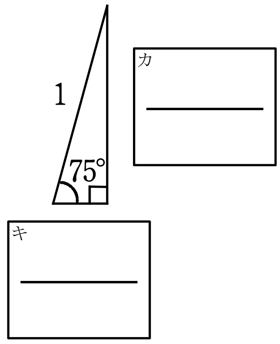
【図１】



【図２】



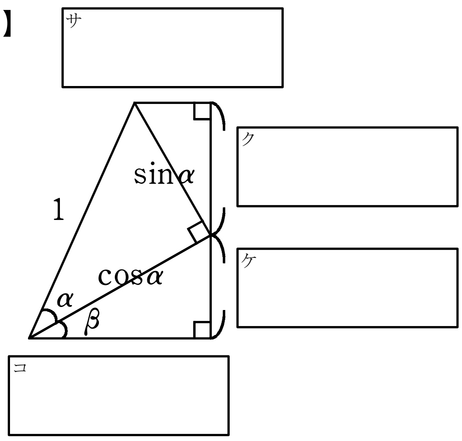
【図３】



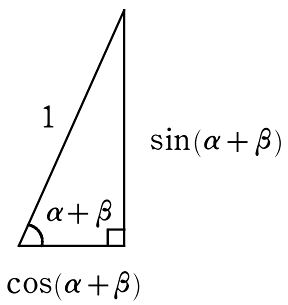
【図３】より、　$\sin 75^\circ =$ ――――　,　$\cos 75^\circ =$ ――――　なので、　$\tan 75^\circ =$

考察２　$\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\tan(\alpha+\beta)$ について考えよう。

【図４】



【図５】



上図より、　$\sin(\alpha+\beta) = \boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}}$

$\cos(\alpha+\beta) = \boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}$

「$\cos\alpha\cos\beta$」で
分母・分子を割る！

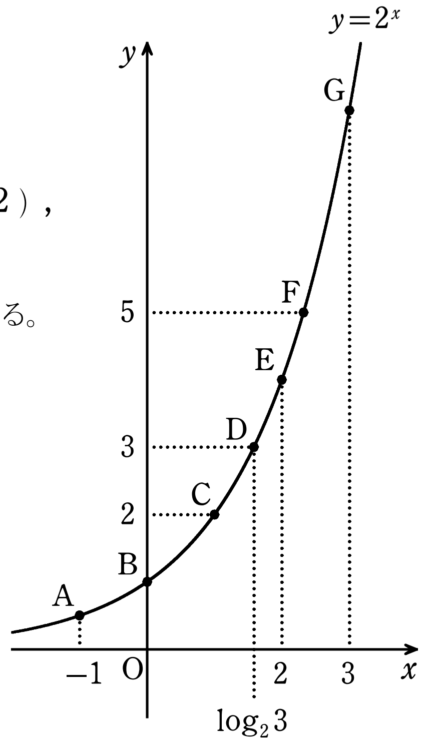
$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \text{――――――――} = \text{――――――}$$

数学Ⅱ　～対数初登場編～

考察　次の空欄を埋めよう。

右図の各点の座標を求めると、A$(-1,\ \boxed{\text{ア}}\ )$，B$(0,\ \boxed{\text{イ}}\ )$，C$(\ \boxed{\text{ウ}}\ ,2)$，

D$(\log_2 3,\ 3)$，E$(2,\ \boxed{\text{エ}}\ )$，F$(\ \boxed{\text{オ}}\ ,5)$，G$(3,\ \boxed{\text{カ}}\ )$　となる。



$a^p=M$ を満たす実数 p を　$p=\log_a M$　と表し、

$\log_a M$ …「 a を $\boxed{\text{キ}}$ とする M の $\boxed{\text{ク}}$ 」

M …「 $\log_a M$ の $\boxed{\text{ケ}}$ 」　という。

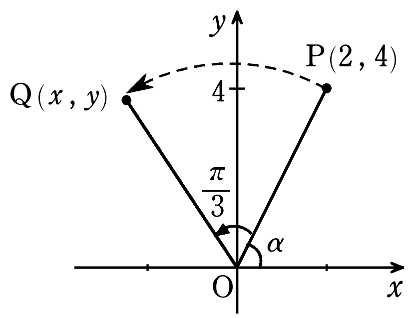
ただし、指数関数 $y=a^x$ において、$a>\boxed{\text{コ}}$，$a\fallingdotseq\boxed{\text{サ}}$ であり、$y>\boxed{\text{シ}}$ が常に成り立つことから、

$a^p=M$ を $p=\log_a M$ と表したとき、$a>\boxed{\text{コ}}$，$a\fallingdotseq\boxed{\text{サ}}$，$M>\boxed{\text{シ}}$ が常に成り立つ。

数学Ⅱ　～点の移動について考えてみよう編～

考察　点P$(2,4)$を原点Oを中心として$\dfrac{\pi}{3}$だけ回転させた点Qの座標を求めよう。

点Q(x,y)，OP$=$OQ$=r$，動径OPとx軸の正の向きとのなす角をαとすると、



$$x=\boxed{\text{オ}}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\boxed{\text{オ}}\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3}-\boxed{\text{オ}}\sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}$$

$$y=\boxed{\text{オ}}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\boxed{\text{オ}}\sin\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\boxed{\text{オ}}\cos\alpha\sin\frac{\pi}{3}$$

また、$\boxed{\text{オ}}\cos\alpha=\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{オ}}\sin\alpha=\boxed{\text{キ}}$　より、

$$x=\boxed{\text{カ}}\cdot\boxed{\text{ク}}-\boxed{\text{キ}}\cdot\boxed{\text{ケ}}=$$

$$y=\boxed{\text{キ}}\cdot\boxed{\text{ク}}+\boxed{\text{カ}}\cdot\boxed{\text{ケ}}=$$

$\therefore$　Q（　　　，　　　）

数学Ⅱ　～増減表初登場編～

考察　関数 $f(x)=x^3-3x+1$ の増減を調べよう。

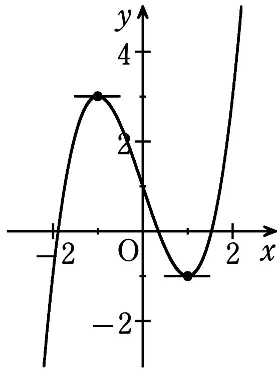
$f'(x)=\boxed{\text{ア}}$ より、$f'(x)=0$（接線の傾きが 0）となるのは、$x=\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ のときであるから、

増減表 をかくと、

x		$\boxed{\text{イ}}$		$\boxed{\text{ウ}}$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$\boxed{\text{エ}}$	↘	$\boxed{\text{オ}}$	↗

(← 接線の傾き)

(← グラフの形)



したがって、　区間　$x\leqq\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}\leqq x$　で（　増加　・　減少　）

∴　区間　$\boxed{\text{イ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{ウ}}$　で（　増加　・　減少　）

---

*Check*①　【関数の増減】

ある区間で常に $f'(x)>0$（接線の傾きが＋）ならば、$f(x)$ はその区間で（　増加　・　減少　）する。

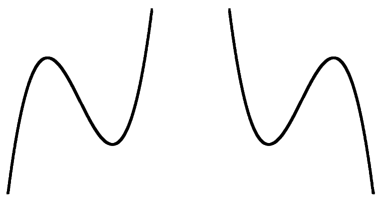
ある区間で常に $f'(x)<0$（接線の傾きが－）ならば、$f(x)$ はその区間で（　増加　・　減少　）する。

---

*Check*②　【3 次関数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ のグラフ】

（　$a>0$　・　$a<0$　）のとき、【図１】のような右上がりの曲線になる。

（　$a>0$　・　$a<0$　）のとき、【図２】のような右下がりの曲線になる。



【図１】　　【図２】

---

*Check*③　【関数の極値】

$f'(x)$ の符号が（　＋から－　・　－から＋　）に変化するときの $f(x)$ の値を **極大値**

$f'(x)$ の符号が（　＋から－　・　－から＋　）に変化するときの $f(x)$ の値を **極小値**

極大値と極小値を合わせて $\boxed{\text{カ}}$ という。

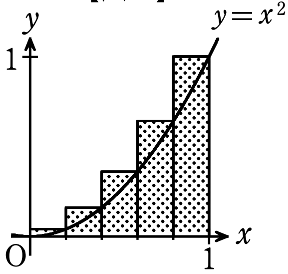
【point】
「極値を求める」… **増減表** で $f'(x)$ の **符号の変化** を明示！

上の 考察 において、関数 $f(x)=x^3-3x+1$ は　$x=\boxed{\text{イ}}$ で極大値 $\boxed{\text{エ}}$，$x=\boxed{\text{ウ}}$ で極小値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる。

数学Ⅱ　～数学Ⅲで学ぶ区分求積法をちょっと先取り編～

考察　関数 $y=x^2$ のグラフと x 軸および直線 $x=1$ で囲まれた図形の面積 S を **区分求積法** を用いて求めよう。

【図３】



【図３】のように、区間 $0 \leqq x \leqq 1$ を５等分して各小区間の（　右端　・　左端　）の

y の値を高さとする５個の長方形をつくり、その面積を小さい方から順に

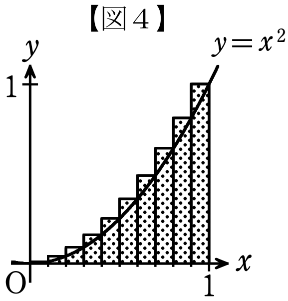
a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 とすると、

【point】
$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\overset{\text{エ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{エ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{エ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{エ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{エ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2$$

$$=$$

【図４】



【図４】のように、区間 $0 \leqq x \leqq 1$ を 10 等分して各小区間の（　右端　・　左端　）の

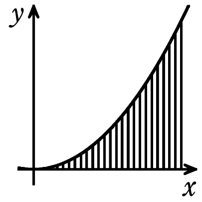
y の値を高さとする 10 個の長方形をつくり、その面積を小さい方から順に

$b_1, b_2, b_3, \cdots, b_{10}$ とすると、

$$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{10}=\overset{\text{オ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{オ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{オ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\cdots+\overset{\text{オ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2$$

$$=$$

同様にして、区間 $0 \leqq x \leqq 1$ を n 等分して各小区間の（　右端　・　左端　）の y の値を高さとする n 個の長方形をつくり、その面積を小さい方から順に $s_1, s_2, s_3, \cdots, s_n$ とすると、



$$s_1+s_2+s_3+\cdots+s_n=\overset{\text{カ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{カ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\overset{\text{カ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2+\cdots+\overset{\text{カ}}{\boxed{\frac{}{}}}\cdot\left(\frac{}{}\right)^2$$

$$=$$

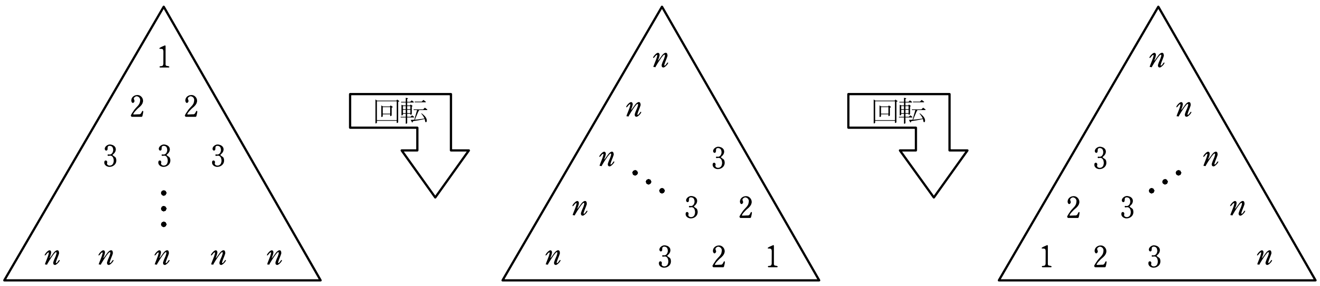
n を限りなく大きくすることにより、$S=\lim_{n\to\infty}(s_1+s_2+s_3+\cdots+s_n)=$

考察　和 $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$ について考えよう。

$1^2=1\cdot\boxed{\text{ア}}$ ，$2^2=2\cdot\boxed{\text{イ}}$ ，$3^2=3\cdot\boxed{\text{ウ}}$ ，$\cdots$ ，$n^2=n\cdot\boxed{\text{エ}}$ と表せるから、

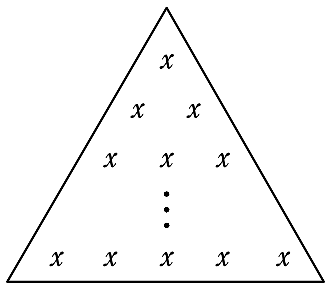
これはそれぞれ、 1 が $\boxed{\text{ア}}$ 個、 2 が $\boxed{\text{イ}}$ 個、 3 が $\boxed{\text{ウ}}$ 個、 … 、 n が $\boxed{\text{エ}}$ 個 と考えることができる。

よって、下図のような三角形を用いて $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$ を表し、



$\sum_{k=1}^{n} k^2$　　$\sum_{k=1}^{n} k^2$　　$\sum_{k=1}^{n} k^2$

3 つの三角形を重ね、重なった数を足し合わせると右図のようになる。



$3\sum_{k=1}^{n} k^2$

このとき、 x は $\boxed{\text{オ}}$ 個 あり、 $x=\boxed{\text{カ}}\,n+\boxed{\text{キ}}$ であるから、

$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = \boxed{\text{オ}}\left(\boxed{\text{カ}}\,n+\boxed{\text{キ}}\right)$ と表せる。

したがって、 $\sum_{k=1}^{n} k^2 =$

数学B　～Σの公式導く編②～

考察　和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$ について考えよう。

$1^3=1^2\cdot\boxed{\text{ク}}$, $2^3=2^2\cdot\boxed{\text{ケ}}$, $3^3=3^2\cdot\boxed{\text{コ}}$, $\cdots$, $n^3=n^2\cdot\boxed{\text{サ}}$ と表せるから、

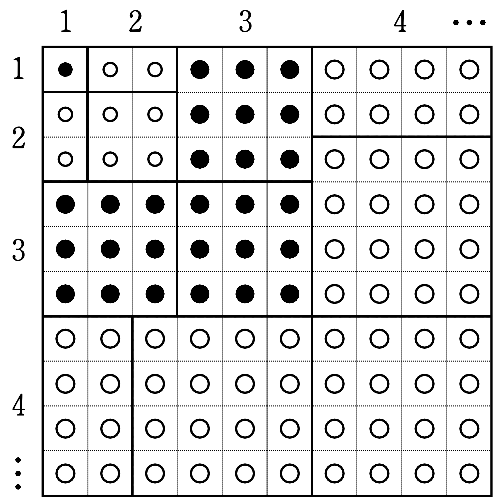
これはそれぞれ、1^2 が $\boxed{\text{ク}}$ 個、2^2 が $\boxed{\text{ケ}}$ 個、3^2 が $\boxed{\text{コ}}$ 個、 … 、n^2 が $\boxed{\text{サ}}$ 個　と考えることができる。

よって、下図の正方形の面積 S は　$\displaystyle S=\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$　と表せる。

また、この正方形は１辺の長さが $\boxed{\text{シ}}$ であることから、

$S=\{\boxed{\text{シ}}\}^2$　とも表せるので、

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 =$



　まだ完成していない単元がいくつかあるものの、今後必ず網羅する予定。「公式を暗記して数字を当てはめる作業」＝「高校数学」とならないよう、「原理原則からの理解」という部分を実現できるような授業・教材作りに今後も努める。

　また、新入試に向けた授業・工夫を考えていかなければならないが、基盤となる知識・技能をしっかりと固めておかなければ対応できないという点では現行の入試と変わりないため、授業内での基礎定着をより確かなものにしたい。それを踏まえた上で、日常的に少しずつ思考に慣れさせる工夫として、振り返りシートの活用・改善を意識し始めたところである。まずはそれっぽい雰囲気の問題に触れさせるというところから少しずつ積み重ねていけるよう、こちらも少しずつ新入試への意識・工夫をしていく。（次項、なんとなくの試作品です。）

11 反復試行の確率

（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　）

1 それぞれ当てはまる番号に○をつけてください。

	良			悪
(1) プリントの達成度は？	1	2	3	4
(2) 内容の理解度は？	1	2	3	4
(3) グループ内での話し合いは？	1	2	3	4

2 以下の【問題】に対する【解答】は誤っている。誤っている理由を述べ、正しい解答を求めよ。

【問題】 1枚の硬貨を5回続けて投げるとき、表がちょうど3回出る確率を求めよ。

【解答】 $\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{32}$ より、 $\therefore\ \frac{1}{32}$

【理由】

【正しい解答】

3 それぞれ当てはまる記号に○をつけてください。

	振り返りシートの記述について
A	誤りの理由を明確にするとともに、正しい解答を工寧な記述で導くことができた。
B	誤りの理由を明確にするとともに、正しい解答を導くことができた。
C	誤りの理由を明確にすることができた。
D	上記以外

	グループワークについて
A	考えをわかりやすく他者に伝えるとともに、全員で協力して問題解決することができた。
B	自分の考えや質問を他者に伝えながら、全員で協力して問題解決に努めた。
C	自分の考えや質問を他者に伝えながら、問題解決に努めた。
D	他者の話に耳を傾けることができた。