数学Ⅰにおける統計的検定の考え方に関する指導方法と問題の具体例

1．統計的検定の考え方

数学Ⅰでは，統計検定量を用いず，具体的な事象を用いて，統計的検定の「考え方」について学ぶ．

平成30年告示の高等学校学習指導要領解説数学編理数編（以下，学習指導要領解説）では，次のように述べられている．

≪「データの分析」では，四分位数など（箱ひげ図を含む。）を中学校に移行して，「仮説検定の考え方」を取り扱うこととした。仮説検定については「数学Ｂ」の「統計的な推測」で取り扱うが，この科目の履修だけで高等学校数学の履修を終える生徒もいることから，実際的な場面を考慮し，具体例を通して「仮説検定の考え方」を直観的に捉えさせるようにした。≫（学習指導要領解説 P.11）

取り扱う問題については，学習指導要領解説で，次のように説明されている．

≪中学校第 1 学年では，多数の観察や多数回の試行によって得られる結果を基にして，不確実な事象の起こりやすさの傾向を読み取り表現する力を養っている。これを踏まえ，「数学 I」では，不確実な事象の起こりやすさに着目し，実験などを通して，問題の結論について判断したり，その妥当性について批判的に考察したりできるようにする。

例えば，「ある新素材の枕を使用した 30 人のうち 80%にあたる 24 人が以前よりよく眠れたと回答した」という結果に対して，新素材の枕を使用するとよく眠ることができると判断できるか，という問題に取り組ませることを考える。この問題を解決するために，この結果が偶然に起こりえた可能性はどのくらいあるのかを，コイン等を使った実験を多数回繰り返して考察する。つまり，以前よりよく眠れた場合とそうでない場合が起こる可能性が半々だとしたとき，24 人以上がよく眠れたと回答することがどの程度起こるかを考える。実験として，コインが表になった場合を「以前よりよく眠れた場合」とし，コインを 30 回投げるという試行を繰り返す。実験結果を表やグラフなどに整理し，24 枚以上表になった回数の相対度数 p を「起こりえないこと」の尺度として用いることで，「30 人中 24 人以上がよく眠れたと回答することが，無作為性（ランダムネス）だけで説明できる可能性は p しかないように思われる。」という，判断の根拠が得られたことになる。この「起こりえないこと」かどうかの基準として，平均から 2s（s は標準偏差）あるいは 3s 離れた値を用いることが考えられる。≫（学習指導要領解説，P.47）

学習指導要領解説では，考察したい事象を，「実験を通して」考察することが指導方針として挙げられている．網走桂陽高校はこれに加えて，次のような具体的な問題を取り扱うことを提案する．

２．問題例とその解答

問題１．50%の確率で表が出る普通のコインと 10%の確率で表が出る改造コインがそれぞれ 2 つずつある．この 4 枚のコインは見た目が同じであり，見分けることができない．A くんはBさんから「普通のコイン」だよと言われ，2 枚のコインを渡された．A くんが 2 枚のコインを 2 回投げたところ，2 回とも 2 枚のコインは表が出た．渡されたコインは普通のコインか，改造コインか．

（解答例）

2 枚のコインを投げて，2 枚とも表が出る確率は

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

である．

これは 6.25%である．

ここで，この確率が偶然起こりうる確率か，滅多に起こらない確率かの基準を決める．

もし，基準を 10%とするならば，この確率は 10%未満なので，「滅多に起こらない確率であるから，このコインは普通のコインではない．したがって，改造コインである」という結論を下すことができる．

対して，基準を 5%とすれば，この確率は偶然に起こりうる確率である．したがって，「改造コインと判断することができない」と結論付けることができる．

ただし，この場合，**「改造コインと判断することができない」というだけであって，「改造コインではない」と述べることはできない**．

この問題は，厳密に仮説検定の考え方を学習するための問題ではなく，確率を用いて（統計検定量を用いず），事象が偶然か偶然と言えないかを判断するための問題である．**統計的検定は「定めた基準値によって，得られる結論が異なる場合がある」ことを生徒に学習させたい．**このような問題は，仮説検定の考え方を説明する前に導入として取り扱うと良いだろう．

次に，「仮説検定の考え方」を用いた問題例を述べる．なお，この問題は塩澤(2019)が示した問題を参考にした．

問題２．ある寿司屋でシャリに使う米を新潟県産から富山県産に変えた．12 月 24 日に来店した客のうち 50 人に美味しくなったか否かのアンケートを取った．その結果，40 人から美味しくなったというアンケート結果を得た．この結果から，富山県産の米は新潟県産の米よりも美味しいといえるか判定せよ，という問題を考える．これについて，次の問いに答えよ．

(1) 3 人 1 班，合計 10 班ある．コインを用いて，各班 50 回を 1 セットとして 3 セット，合計 150 回投げる．コインの表が出ると，「富山県産の米が新潟県産よりも美味い」，裏が出ると，「新潟県産の米が富山県産よりも美味い」とする．1 セットごとにコインの表が何回出たかを計測し，表にまとめよ．

(2) (1)でまとめた表を用いて（ここでは次の表を用いることとする），8 割以上の客が美味いと答える確率（相対度数）を求め，富山県産の米は新潟県産の米よりも美味いといえるかどうかを判定せよ．

33	17	24	35	32	39	35	34	33	48
27	23	30	29	39	38	37	37	29	34
31	33	34	26	33	37	31	21	38	30

(3) (2)の表から，平均値と標準偏差を求め，富山県産の米は新潟県産の米よりも美味いといえるかどうか判定せよ．

（解答例）

(1) (2)で示しているため省略.

(2) 表から 8 割以上の客が美味いと答える確率, すなわち 40 以上の数値の個数を求めると, 1 個である. したがって，求める確率は

$$\frac{1}{30}=0.03$$

であるから，3%である．

この標本からはコインの表が 8 割出る確率，すなわち富山県産の米の方が新潟県産の米よりも美味いと判断する確率が極めて低いことから,「非常に起こりにくい事象が起こった」と考え，富山県産の米の方が新潟県産の米よりも美味いと判定することができる．

(3) (2)で示した表の平均値をμ，標準偏差をsとする．

$\mu=32.9$（回）である．さらに，$s=6.14$ である．（計算は省略した）

μから $2s$以上離れた範囲を「偶然に事象が起こらない範囲（外れ値という)」とすると，

$\mu-2s=32.9-2\times6.14=32.9-12.28=20.62$，$\mu+2s=32.9+2\times6.14=32.9+12.28=45.18$

つまり，コインを 50 回投げて，表が 40 回出るという事象は，21 回以上 45 回以下の範囲に入るので,「外れ値」にあたらない．よって，富山県産の米が新潟県産の米よりも美味いと判定することはできない．

数学 I では統計的検定を実際に行わないことから,「帰無仮説」や「対立仮説」といった用語を用いずに，既習事項である平均値や標準偏差（分散），確率（義務教育の範囲）を用いて，調べる事象が外れ値に該当するかどうか, 確率的に非常に起こりにくい事象が起こったかどうかを判定する．これにより，その事象が起こったことが偶然か否かを判定する．

今回の事例では，μから $2s$以上離れた範囲を外れ値と定義したが，この定義の仕方を変えれば，外れ値も変わる．また，標本調査（集めたデータ）によっても，結論は変わる．

統計的検定の考え方では，決めた尺度（基準）により，結果が大きく左右されることも生徒に実感させたい．例えば，外れ値の定義をμからs以上離れた範囲とすれば，(3)の結論は変わる．

このように，**ある種恣意的な解釈が可能であることを，日常生活の中で情報やデータを見る際に考えさせる習慣をつけさせたい**．具体的に言えば，H新聞がA市の人口が大きく減ったと報じた際に，「いつと比べて」大きく減ったのか，「大きく」の基準は何か，という疑問を抱くようになってほしいと考えている．

３．参考文献

塩澤友樹 2019「高等学校数学科における仮説検定の学習指導の系統性に関する一考察:「棄却域の見方」と「仮説棄却の方法」に着目して」 日本科学教育学会第 43 回年会論文集(2019) pp.586-589.

文部科学省 2019 「平成 30 年告示高等学校学習指導要領解説数学編数理編」 学校図書.