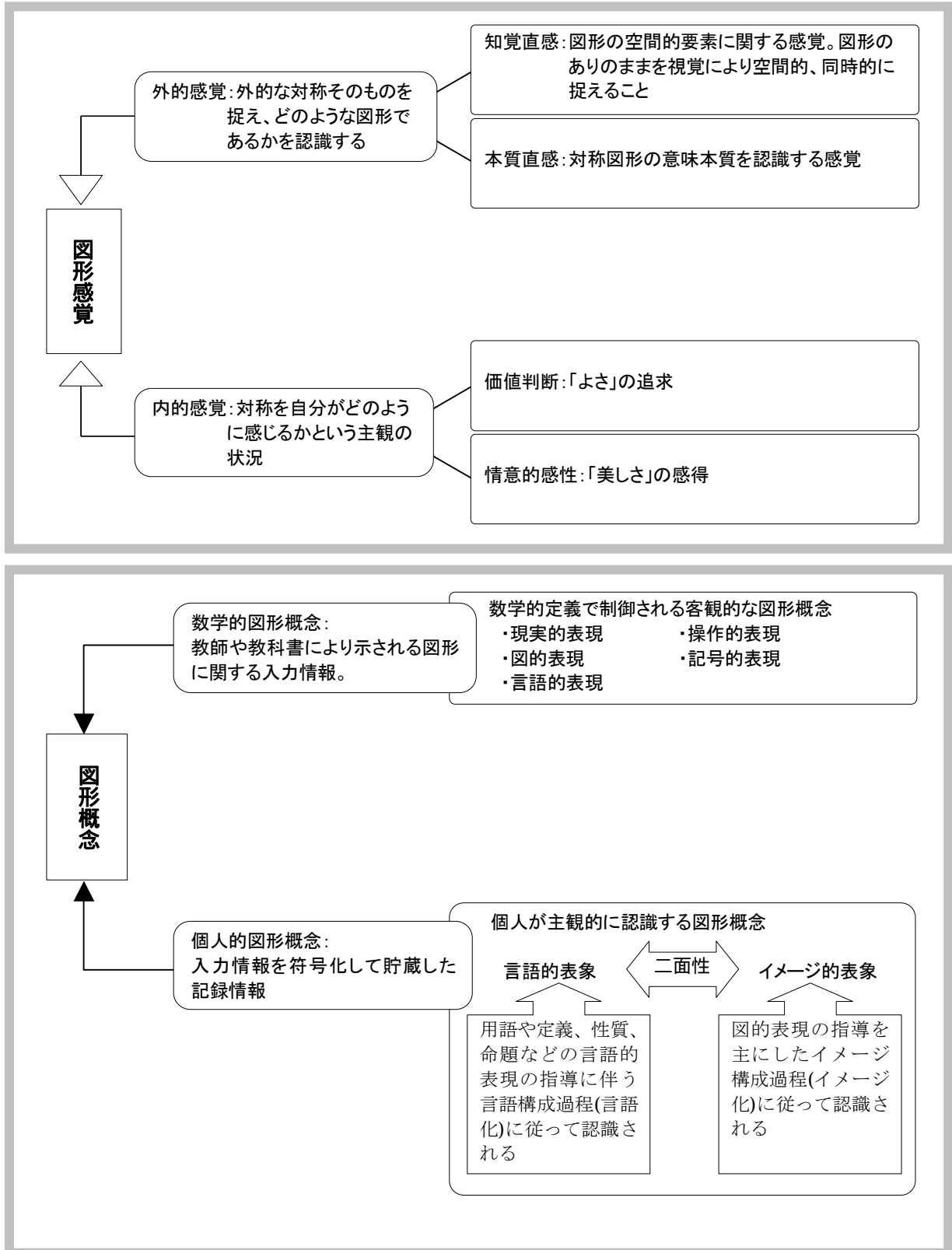


図形・空間認識に関する一考察

八雲高等学校 吉田 奏介

§ 1.1. 数学教育から見た図形・空間領域

大分大学教授の川寄道広氏は図形感覚と図形概念を次のように示している。(*1)



このように見ると数学における図形指導は、「**主観的な個人的図形概念をいかにして客観的な数学的図形概念の認識へと近づけること**」と「**図形概念の形成に伴い、図形感覚における外的感覚と内的感覚のバランスの取れた育成**」が大事なことである。さらに川寄氏は図形感覚を育成するためには視覚的解釈機能のこれまで以上の充実とともに、小学校段階からの子どもの視覚的処理機能の開発を意図した図形指導が必要であること、イメージ的表象は言語的表象に先行して認識、発達し最終的に両者の理解が融合することにより確かな図形概念が認識されると述べている。しかし現在の初等中等教育においては、イメージ的表象がもてていない中で言語的表象が発達してしまい、それにより正しい図形概念を描けなくなっているのではないだろうか。

また、図形領域でのつまずきとして例として次のようなものがあげられている^{(*)2}。

- ・ 立体の切断面の形が想像できない
- ・ いろいろな表し方がある展開図
- ・ 円が直線や他の円と接する状況
- ・ 連立方程式の図形的なイメージ など

これも実際の体験不足からくるものと示されている。

§ 1.2. 図形・空間領域の指導のあり方

学習指導要領や心理学、教育学的な観点、実際につまずきなどから現状の図形・空間領域の指導というものについて整理をしてみたわけだが、誰もが思いの通り、どの視点においても早い段階からの、言語的だけでなくより動的なイメージなどの工夫をすることが求められており、その必要性が訴えられている。(結果、次の学習指導要領改訂では削減・高学年化したものが前々回の時数と内容に戻される答申が出されている。)

しかし今後高校へ入学してくる生徒は少なくともカリキュラム上はその要求には応えられなかった生徒達である。その上で高校数学ができることとしたら、教員がいかに不足している部分を補うことができるかにかかってくるのではないだろうか。イメージ化が不足しているのであれば実体や動的な要素を教具として示す、論理的な思考が不足しているのであれば言語的表象を補う、作図作業や図形作成などの実験・観測的作業をさせるといった数学的図形概念の提供を今まで以上にしていかなければいけないのかもしれない。

§ 2.1. 学習指導要領上での図形・空間領域

平成 14 年(2002)に現行の学習指導要領（平成 10 年(1998)告示）が施行され（高校は平成 15 年より）、今年でもう 6 年が経つ。学習内容の大幅な削減と移行が行われいろいろと話題にあがったものだが、それも今は次の学習指導要領改訂についてのものになりつつある。しかし今後数年の高校生は表 1 のように、移行期間も含め、完全に現行の学習指導要領で学んできた生徒になってきたのである。

年度	旧カリ				現行							
	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08
3 年	小学校					中学校			高校			
2 年		小学校					中学校			高校		
1 年		小学校					中学校			高校		

表1 高校生の履修年度

1 年生も終わりに近づくと数 I も数 A も図形の話が多くなる。そこで生徒におさらいをかねて中学校で習ったはずのことを質問すると、ここぞとばかりにはきはきと答えるものも多いのだが、中にはやはり、

「憶えてません。」

と、言う生徒も予想通り出てくる。しかし中には

「やってません。」

というものもある。台形の公式も出てこないものもいた。これも今はまだ「忘れた」程度の個人差なのかもしれないが、今後しばらくは「知らない」「やっていない」という生徒も増えるのかと思われる。そこで図形領域に関してのみであるが、今までの指導要領での動きとポイントを施行年度と内容ごとに並べたものが次の表である。(*3 (H23、H24 は新学習指導要領による移行)

小学校学習指導要領(学年)	施行年	S26 (‘51)	S33 (‘58)	S46 (‘71)	S55 (‘80)	H4 (‘92)	H14 (‘02)
ものの形、形の特徴		1	1	1	1	1	1
ものの位置を言い表す		1	1	1	1	1	1
いろいろな形を作ったり分解		1	1	1	1	1	2
ものの形についての観察や構成		2	2	2	2	2	2
図形を構成する要素		2	2	2	2	2	3
三角形、四角形をかく		4	3	2	2	2	2
正方形、長方形、直角三角形		4	3	2	2	2	3
角		3	3	3	3	3	4
円、中心、直径、半径、球		3	3	3	3	3	4

↓
全般的に高学年への移行の傾向

H23 (‘11)	1
	1
	1
	2
	3
	2
	3
	3

小学校学習指導要領	S26 (’51)	S33 (’58)	S46 (’71)	S55 (’80)	H4 (’92)	H14 (’02)	H23 (’11)
二等辺三角形、正三角形		4	3	3	3	4	3
直線の平行や垂直	5	4	4	4	4	5	4
平行四辺形、台形、ひし形		4	4	4	4	5	4
円周率の意味		5	5	5	5	5	5
正多角形の性質		5	5	5	5		5
図形をかく、つくる	3	2	2	2	2	2	2
敷き詰める					5	3	3
方眼紙に図形をかく		2	2	2	2	3	3
コンパス、定規	3	3	3	3	3	4	4
箱の形を観察、作成	2	2	2	2	2	3	2
立方体、直方体	5	4	4	4	4	6	4
見取図、展開図		4	(2),4	(2),4	4	6	4
三角柱や四角柱等の角柱、円柱	5	6	6	6	6	6	5
見取図、展開図、立体図、平面図		6	6	6	6		
角錐、円錐		6	6	6	6		
見取図、展開図、立体図、平面図		6	6	6	6		
回転体		6	6				
基本的な図形の性質			5	5	5	5	5
図形の合同			5	4	5		5
線対称、点対称		5	5	6	6		6
縮図、拡大図	6	6	6	6	6		6
面積 概念を理解し面積を求める	5	4	4	4	4	4	4
正方形、長方形	5	4	4	4	4	4	4
三角形		5	5	5	5	5	5
平方四辺形		5	5	5	5	5	5
台形		5	5	5	5		5
多角形		5	5	5	5		
円		5	5	5	5	5	6
柱体の表面積		6	6		6		
錐体の表面積					6		
体積 立方体、直方体	5	4	4	5	5	6	5
柱体		6	6		6		6
錐体					6		
容積の意味	5	4	4	5	5		5?

特徴、かき方などが単元としては削除。

空間図形は立方体、直方体を中心に、それ以外は柱体の性質のみとなる。

回転体はS55から中学校のみに。

合同の概念が無くなり、中学校のみとなる。

線対称・点対称も中学校のみに

相似につながる縮図、拡大図も削除。

台形公式が削除されたことは有名だが、他の面積の考え方、公式も減少。

体積は H1 時は一通り。もとに戻ったとも取れるが、単位や測量、容積の意味などについての記述はなくなったのは大きいのでは。

中学校学習指導要領	S26 (51)	S33 (58)	S47 (72)	S55 (80)	H5 (93)	H14 (02)	作図作業の減少。 平行、回転、対称 をしっかりと習 わずに高校へ。放 物線の移動が初 めてとなってし まう。	H24 (12)
基本図形の作図	1	1	1	1	1	1		1
角、線分の二等分線、垂線	1	1	1	1	1	1		1
線対称、点対称	3	1	1	2	1	1		1
条件を満たす点の集合の作図			1	1	1			
図形の移動（平行、回転、対称）	3		1	2	1			1
空間図形	1,3	1	1	1	1	1		1
直線や平面の位置関係	1	1	1	1	1	1		1
平面図形の運動による空間図形	3	1	1	1	1	1		1
切断、投影	3	1		1	1		切断、投影も削除。 高校で行われてい たものの移行 (S45)であったの で習う場面の消滅 となる。入試問題 でも良くある形で あり、空間図形の 見方の練習不足に つながっているだ ろう。ちなみに中 学技術では投影図 として等角図とキ ャビネット図の指 導がなされるよう だが三面図を含め 取り扱いには学校 差があるもよう	1
展開図	3	1	1	1	1	1		1
回転体	3	1	1	1	1	1		1
扇形の弧の長さ、面積	2	1	1	1	3	1		1
柱体、錐体の表面積、体積	2	1	1	1	(3)	1		1
球の表面積、体積	1	1	1	1	3			1
平行線の性質を基にする図形の性質	1	1,2	1	2	2	2		2
多角形の角の性質		1	1	2	2	2		2
合同条件を基にする図形の性質	2	2	1,2	2	2	2		2
三角形の合同条件	2	2	1	2	2	2		2
証明の意義と方法	3	2	2	2	2	2		2
三角形や四角形の性質	3	1	2	2	2	2	高校へ移行	2
相似条件を基にする図形の性質	2	2	2	2	2	3		3
三角形の相似条件	2	2	2	2	2	3		3
平行線と線分の比	2	2	2	2	2	3		3
中点連結定理		2	2	2	2	3		3
相似の考え方の活用	2,3	2	2	3	2	3		3
相似比	2	2	2	2	2	3	高校へ移行	3
相似な図形の面積比、体積比	3	2	2	2	3			3
三角形の性質（内心、外心）		2	2	3	3		高校へ移行	
（重心）		2	2	2	2			
円の性質		3	3	3	3	2		3
円周角と中心角		3	3	3	3	2		3
円と接線		1,3	3	3	3	1	円周角の定理の 逆や方べきの定 理、接弦定理など はH10改訂で高 校に移行。	3
接線の性質		3	3	3	3			
2つの円に関する性質		3	3	3	3		高校へ移行	
円に内接する四角形		3	3	3	3			
三平方の定理と利用	3	3	3	3	3	3		3
三角比と利用	3	3						
位相的な見方			3					
推論の方法（帰納類推演繹定義）			1				教育の現代化 (S43)	
論証の意義（命題の真偽と証明）			2					
直接証明、間接証明			3					

高等学校学習指導要領	S26 (’51)	S31 (’56)	S35 (’60)	S48 (’73)	S57 (’82)	H6 (’94)	H15 (’03)
図形の性質とその応用	一般						
図形と人間							基礎
平面図形	幾何	I	I	I, IIB 一般	I	A	A
三角形の性質	幾何	I		IIB		A	A
円の性質	幾何	I		IIB		A	A
条件で定まる図形、軌跡	幾何	I	I	I	I	II, A	II
合同変換、相似変換						A	
空間図形	幾何	I	I	一般			
直線、平面の関係	幾何	I	I				
投影図	幾何	I	I				
平面幾何の公理的領域		I		IIB			
図形と計量	幾何	I	IIB	I	I	I	I
面積比、体積比、球							I
三角比	幾何 解析 II	I, 応用	IIB 応用	I, 一般	I	I	I
正弦、余弦、正接	幾何	I		I, 一般	I	I	I
三角比の相互関係	幾何	I		I	I	I	I
三角比と図形、正弦定理 余弦定理、応用	幾何 解析 II	I, 応用	IIB 応用	I	I	I	I
図形と方程式	幾何 解析 I	II, 応用	I	I	I	II	II
不等式と領域	幾何 解析 II	II	I	I, 一般	I	II	II
式と曲線	幾何 解析 I	II, 応用	IIB 応用	I	代・幾	C	C
媒介変数表示と極座標		応用	IIB 応用	III	微・積	C	C
極座標と極方程式		応用	IIB 応用			C	C
いろいろな曲線		応用	IIB 応用			C	
ベクトル			IIB 応用	I, 一般	II 代・幾	B	B
ベクトルの内積			IIB 応用	IIB 応用	II 代・幾	B	B
ベクトルの応用				IIB 応用	II 代・幾	B	B
空間座標とベクトル			応用	IIB	II 代・幾	B	B
直線平面球面の方程式			応用	IIB	II 代・幾	B	B
行列・演算				IIA, IIB 一般、応用	代・幾	C	C
一次変換				IIA, IIB 応用	代・幾		
行列の積と逆行列				IIB	代・幾	C	C
行列の応用				IIB	代・幾	C	C
線形計画の考え				一般、 応用			

中学校より移行され、初めての内容が多くなる。

中学校で条件を満たす点の集合がなくなっている。

直線、平面の関係と投影図が中学校へ移行されるが、今回投影図は削除へ。

中学校より移行

不等式が中学校2年より高校1年移行され、練習不足も。

§2.2. 学習指導要領改訂から見えること

以上、小学校から高校までの図形領域における変遷である。ここで **H14,15** 改訂に見られる傾向としては次のようなものがあげられる。

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1．学習内容の高学年への移行（後回し）と削減2．小学校5，6年、中学校1年への集中傾向 |
|--|

これらは前から言われている問題点ではあるが、他分野との兼ね合いや理解力が向上した段階での学習により理解が促進されることを目指しているのだろう。しかしこのことにより次のような影響が考えられる。

決して深い内容でなかったにせよ小学校や中学校において削除されたために、似た内容を繰り返し学習する機会が奪われ、学習のスパイラルが崩壊してしまっている。これにより早期の図形知識の植え付けができず、低学年のうちから身につけるべきであるといった指摘^{*4}や子どもの図形概念は4～6歳から芽生え、小学校（6～12歳）の間に成人並みの段階まで発達をする^{*5}という心理学の側面から見てもあまり好ましい傾向ではない。また授業で習得できなかった知識を再度習得する場面がないため、そのまま上に上がっていくしか無くなってしまっている。

さらに高学年への移行（後回し）と、小学校5，6年、中学校1年への集中傾向は図形への興味関心の育成にとっては遅すぎであり、前述したようにその期間での習得を逸した際のフォローが難しく、なにより楽しさの育成につながるものではないと思われる。

一方で小学校、中学校の履修状況も大きく影響している。指導要領の位置付けが最低基準へと変更されたが、現実として行事や学級の状況により発展的な内容までに手を伸ばすことが難しかったり、教科書自体駆け足で行わなければ終わらなかつたりすることもあるだろう。小学校での履修状況が、中学校での学習に影響し、さらに高校へとつながる悪循環のスパイラルともなりかねない。

結果として **H23～25** 改訂では内容、授業時数ともに前々回改訂時に近いものに戻されるものとなった（**08.7.27** 時点 高校は推定）。しかしその谷間となった世代はどうなるのだろうか。移行期間は来年度から開始されるが、過ぎてしまった学年の内容を取り戻せるわけでもない。決して谷間の世代と片付けられるものではないことだけは確かである。

施行年	S26 (‘51)	S33 (‘58)	S46 (‘71)	S55 (‘80)	H4 (‘92)	H14 (‘02)	H23 (‘11)
1年生	77	102	102	136	136	114	136
2年生	123	140	140	175	175	155	175
3年生	138	175	175	175	175	150	175
4年生	160	210	210	175	175	150	175
5年生	160	210	210	175	175	150	175
6年生	160	210	210	175	175	150	175
計	818	1047	1047	1011	1011	869	1011

資料1 小学校学習指導要領告示年ごとにおける算数の年間授業時間数の変遷と次期の予定時数

施行年	S26 (‘51)	S33 (‘58)	S47 (‘72)	S55 (‘80)	H5 (‘93)	H14 (‘02)	H24 (‘12)
1年生	140	140	140	105	105	105	140
2年生	140	140	140	140	140	105	105
3年生	140	105(選 70)	140	140	140	105	140
計	420	385(選 70)	420	385	385	315	385

資料2 中学校学習指導要領告示年ごとにおける数学の年間授業時間数の変遷と次期の予定時数

S26 (‘51)	S31 (‘56)	S35 (‘60)	S48 (‘73)	S57 (‘82)	H6 (‘94)	H15 (‘03)	H25? (‘13)
一般数学 5	数学Ⅰ 6または9	数学Ⅰ 5	数学一般 6	数学Ⅰ 4	数学Ⅰ 4	数学基礎 2	数学活用 2
解析Ⅰ 5	数学Ⅱ 3	数学ⅡA 4	数学Ⅰ 6	数学Ⅱ 3	数学Ⅱ 3	数学Ⅰ 3	数学Ⅰ 3
解析Ⅱ 5	数学Ⅲ 3または5	数学ⅡB 5	数学ⅡA 4	代数・幾何 3	数学Ⅲ 3	数学Ⅱ 4	数学Ⅱ 4
幾何 5	応用数学 3または5	数学Ⅲ 5	数学ⅡB 5	基礎解析 3	数学A 2	数学Ⅲ 3	数学Ⅲ 5
		応用数学 6	数学Ⅲ 5	微分・積分 3	数学B 2	数学A 2	数学A 2
			応用数学 6	確率・統計 3	数学C 2	数学B 2	数学B 2
						数学C 2	

資料3 高等学校学習指導要領告示年ごとにおける数学の単位数の変遷と次期の予定

S26 一般数学、解析(1)、幾何、解析(2)から1科目は必ず履修
 S31 数学Ⅰは必修
 S35 普通・音楽・美術科の生徒は数学ⅡAまたはⅡBの1科目を必ず履修
 職業科の生徒は数学ⅡAまたはⅡB、応用数学から1科目を必ず履修
 S48 数学一般、数学Ⅰから1科目を必ず履修
 S57 数学Ⅰは必修
 H6 数学Ⅰは必修
 H15 数学基礎、数学Ⅰから1科目を必ず履修
 H25 数学Ⅰは必修(2単位まで減可)の予定

引用・参考文献

- (*1) 川寄道広「図形概念に関する認識論的研究－図形指導の原理を求めて－」
『数学教育学論究』Vol.88 2006
- (*2) 芳沢光雄「算数・数学つまづきの分類」『数学教育』60-2 日本数学教育学会 2006
文部科学省中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）」
- 鈴木一弥「図形間隔の育成を視点とした図形指導に関する研究」『数学教育研究』Vol.41
新潟大学教育人間科学部数学教室 2006
- (*3) 大阪府教育センター <http://www.osaka-c.ed.jp/>
カリキュラム研究室 学習指導要領の変遷
<http://www.osaka-c.ed.jp/kak/karikenweb/webpdf/hensen.htm>
- (*4) 中原忠男、小島宏「小学校新学習指導要領 Q&A～解説と展開～算数編」教育出版 1999
- (*5) 竹内温子「空間認識に関する一考察 ー平面に描かれた立体図形に着目してー」
田中敏隆「改訂増補 図形認知の発達心理学」講談社 1976
田中敏隆「子どもの認知はどのように発達するのか」金子書房 2002