確認 漸化式の確認

★ 漸化式のパターンを理解しておこう！

■■□　数列の帰納的定義　□■■

（1）初項　（2）前の項から，その次に続く項を定める規則
の２つを与えて数列を定めること。（2）の規則を式で示したものを**漸化式**という。

	漸化式	型		解法
1	$a_{n+1}=a_n+d$	等差数列型	⇒	公差 d の等差数列
2	$a_{n+1}=ra_n$	等比数列型	⇒	公比 r の等比数列
3	$a_{n+1}=f(n)a_n$	変比数列型	⇒	$n=1,2,3,\cdots$ を代入して辺々かける
4	$a_{n+1}-a_n=f(n)$	階差数列型	⇒	$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}f(k)\ (n\geqq 2)$ と $n=1$ の確認
5	$a_{n+1}=pa_n+q$	隣接２項間型①	⇒	$x=px+q$ の特性方程式から，等比数列に
6	$a_{n+1}={a_n}^k$	指数型	⇒	両辺の対数をとって５型へ
7	$a_{n+1}=pa_n+q^n$	隣接２項間型②	⇒	両辺を q^{n+1} でわって $\frac{a_n}{q_n}=b_n$ とおいて５型へ
8	$a_{n+1}=pa_n+qn+r$	隣接２項間型③	⇒	① 階差 $b_n=a_{n+1}-a_n$ をつくる ② $\{a_n+\alpha n+\beta\}$ の等比数列を作る
9	$a_{n+1}=\frac{ra_n}{pa_n+q}$	分数型	⇒	両辺の逆数をとって $\frac{1}{a_n}=b_n$ とおく
10	$a_n=S_n-S_{n-1}$	S_n 利用型	⇒	$a_n=\begin{cases}S_1 & (n=1)\\ S_n-S_{n-1} & (n\geqq 2)\end{cases}$
11	$a_{n+2}+pa_{n+1}+qa_n=0$ $(p^2-4q\neq 0)$	隣接３項間型①	⇒	① $x^2+px+q=0$ の２つの解を α,β としたとき $\begin{cases}a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)\\ a_{n+2}-\beta a_{n+1}=\alpha(a_{n+1}-\beta a_n)\end{cases}$ の連立に ② $a_n=A\alpha^n+B\beta^n$ とおいて a_1,a_2 から A,B 決定
12	$a_{n+2}+pa_{n+1}+qa_n=0$ $(p^2-4q=0)$	隣接３項間型②	⇒	$a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\alpha(a_{n+1}-\alpha a_n)$ として処理

これ以外は問題の誘導にのって解こう