



# 漸化式の確認

★ 漸化式のパターンを理解しておこう！

■ ■ □ 数列の帰納的定義 □ ■ ■

(1) 初項 (2) 前の項から、その次に続く項を定める規則  
の2つを与えて数列を定めること。(2)の規則を式で示したものを**漸化式**という。

1	$a_{n+1} = a_n + d$	等差数列型	⇒	公差 $d$ の等差数列
2	$a_{n+1} = ra_n$	等比数列型	⇒	公比 $r$ の等比数列
3	$a_{n+1} = f(n)a_n$	変比数列型	⇒	$n=1,2,3,\dots$ を代入して辺々かける
4	$a_{n+1} - a_n = f(n)$	階差数列型	⇒	$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$ ( $n \geq 2$ ) と $n=1$ の確認
5	$a_{n+1} = pa_n + q$	隣接2項間型①	⇒	$x = px + q$ の特性方程式から、等比数列に
6	$a_{n+1} = a_n^k$	指数型	⇒	両辺の対数をとって5型へ
7	$a_{n+1} = pa_n + q^n$	隣接2項間型②	⇒	両辺を $q^{n+1}$ でわって $\frac{a_n}{q_n} = b_n$ とおいて5型へ
8	$a_{n+1} = pa_n + qn + r$	隣接2項間型③	⇒	① 階差 $b_n = a_{n+1} - a_n$ をつくる ② $\{a_n + \alpha n + \beta\}$ の等差数列を作る
9	$a_{n+1} = \frac{ra_n}{pa_n + q}$	分数型	⇒	両辺の逆数をとって $\frac{1}{a_n} = b_n$ とおく
10	$a_n = S_n - S_{n-1}$	$S_n$ 利用型	⇒	$a_n = \begin{cases} S_1 & (n=1) \\ S_n - S_{n-1} & (n \geq 2) \end{cases}$
11	$a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$ ( $p^2 - 4q \neq 0$ )	隣接3項間型①	⇒	① $x^2 + px + q = 0$ の2つの解を $\alpha, \beta$ としたとき $\begin{cases} a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n) \\ a_{n+2} - \beta a_{n+1} = \alpha(a_{n+1} - \beta a_n) \end{cases}$ の連立に ② $a_n = A\alpha^n + B\beta^n$ とおいて $a_1, a_2$ から $A, B$ 決定
12	$a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$ ( $p^2 - 4q = 0$ )	隣接3項間型②	⇒	$a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \alpha(a_{n+1} - \alpha a_n)$ として処理

これ以外は問題の誘導によって解こう