平面ベクトルの確認

★ 平面ベクトルの基本事項を確認しておこう

演算

加法：$\vec{a}+\vec{b}$　$\overrightarrow{O\square}+\overrightarrow{\square B}=\overrightarrow{OB}$　減法：$\vec{a}-\vec{b}$　$\overrightarrow{\square A}-\overrightarrow{\square B}=\overrightarrow{BA}$

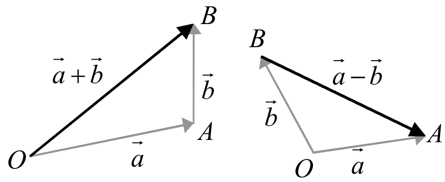
実数倍：$k\vec{a}$（$k>0$ ならば $\vec{a}$ と同じ　$k<0$ ならば $\vec{a}$ と反対

　特に $k=0$ ならば $0\vec{a}=\vec{0}$）大きさは $|k|\times|\vec{a}|$

逆ベクトルと零ベクトルの性質：$\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$　$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$

加法の交換法則・結合法則：$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$　$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$

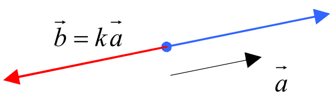
実数倍の交換法則・結合法則：$k\left(l\vec{a}\right)=(kl)\vec{a}$　$(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$　$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+l\vec{b}$



平行

$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき

$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k がある



$\vec{a}=\left(a_1,\ a_2\right)$, $\vec{b}=\left(b_1,\ b_2\right)$ のとき

$\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}$　より　$a_1b_2=a_2b_1$

分解

$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$, $\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ のとき，任意のベクトル $\vec{p}$ は

実数 s,t を用いて次の形にただ１通りに表される

$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$$

このことから次のことが成り立つ

$k\vec{a}+l\vec{b}=m\vec{a}+n\vec{b}\Leftrightarrow k=m,\ l=n$

特に $k\vec{a}+l\vec{b}=\vec{0}\Leftrightarrow k=0,\ l=0$

成分

基本ベクトル表示：$\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}$

成分表示：$\vec{a}=\left(a_1,\ a_2\right)$

※ a_1 を x 成分，a_2 を y 成分という

相等：$\left(a_1,\ a_2\right)=\left(b_1,\ b_2\right)\Leftrightarrow a_1=b_1,\ a_2=b_2$

大きさ：$\vec{a}=\left(a_1,a_2\right)$ のとき，$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2}$

演算：$m\left(a_1,\ a_2\right)+n\left(b_1,\ b_2\right)=\left(ma_1+nb_1,\ ma_2+nb_2\right)$

２点の座標

２点 $A\left(a_1,\ a_2\right)$, $B\left(b_1,\ b_2\right)$ について

成分表示：$\overrightarrow{AB}=\left(b_1-a_1,\ b_2-a_2\right)$

※（あたま）－（おしり）

大きさ：$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{\left(b_1-a_1\right)^2+\left(b_2-a_2\right)^2}$

※ AB 間の距離

内積

内積の定義：$\vec{0}$ でない２つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角を $\theta\left(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ\right)$ とすると

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$　（$\vec{a}=\vec{0}$ または $\vec{b}=\vec{0}$ のときは $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$）

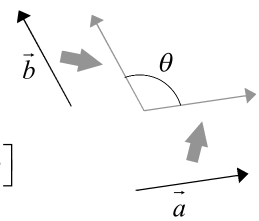
内積と大きさ：$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$，$\vec{a}\cdot\vec{a}=\left|\vec{a}\right|^2$，$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

内積の演算：$k,\ p,\ q,\ r,\ s$ は実数とする

$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$　$\left(k\vec{a}\right)\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\left(k\vec{b}\right)=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$ $\left[=k\vec{a}\cdot\vec{b}\right]$

これらから　$\left(p\vec{a}+q\vec{b}\right)\cdot\left(r\vec{c}+s\vec{d}\right)=pr\vec{a}\cdot\vec{c}+ps\vec{a}\cdot\vec{d}+qr\vec{b}\cdot\vec{c}+qs\vec{b}\cdot\vec{d}$

※ なす角は始点をそろえて



内積と成分

$\vec{a}=\left(a_1,\ a_2\right)$, $\vec{b}=\left(b_1,\ b_2\right)$ について

内積：$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$　※ 各成分の積の和

$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$, $\vec{a}=\left(a_1,\ a_2\right)$, $\vec{b}=\left(b_1,\ b_2\right)$ について

なす角：$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2}\sqrt{b_1{}^2+b_2{}^2}}$　ただし $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$

平行条件：$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\Leftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$　※ 成分のクロスのかけ算は等しい

垂直条件：$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$　※ x 成分 y 成分どうしの積の和は０