確認 数列の基本事項の確認

★ 数列の基本はしっかりおぼえておこう！

■■□ 等差数列 □■■

初項 a，公差 d のとき

$$a_{n+1}-a_n=d \quad (\text{差は常に一定})$$

$$a_n=a+(n-1)d$$

$$S_n=\frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}=\frac{1}{2}n(a+a_n)$$

■■□ 等比数列 □■■

初項 a，公比 r のとき

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=r \quad (\text{商は常に一定})$$

$$a_n=ar^{n-1}$$

$r\neq1$ のとき $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

$r=1$ のとき $S_n=na$

少し複雑な問題にも対応しよう

条件を満たす最初の項 a_n

初めて正になる項

→ $a_n>0$ となる自然数 n の最小値をみつける

※ この方法を応用して，負となるものや○より大きくなるものなどをみつける

和 S_n の最大最小・条件を満たす和 S_n

和の最大 → $a_n>0$ であるすべての項の和

→ $a_n>0$ となる最大の n を求める

※ $a_n=0$ となる n の前後がポイント

初項からの和が初めて○を越える

→ $S_n>$ ○となる最小の n を求める

Σの計算

$$\sum_{k=1}^{n}(\alpha a_n+\beta b_n)=\alpha\sum_{k=1}^{n}a_n+\beta\sum_{k=1}^{n}b_n$$

$$\sum_{k=1}^{n}1=n,\quad \sum_{k=1}^{n}k=\frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n}r^{k-1}=1+r^2+r^3+\cdots+r^{n-1}=\frac{1-r^n}{1-r}$$

等差中項・等比中項

a,b,c がこの順で等差数列をなす ⇒ $a+c=2b$

a,b,c がこの順で等比数列をなす ⇒ $a\times c=b^2$

和 S_n から一般項 a_n を求める

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=f(n)$ のとき

$$a_n=\begin{cases}S_1 & (n=1)\\ S_n-S_{n-1} & (n\geqq2)\end{cases}$$

階差数列

数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ であるとき

$n\geqq2$ のとき $a_n=a_1+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}b_k$

※ 出てきた答えは $n=1$ のときの吟味を

一般項が(等差)×(等比)のタイプの和

等差数列 $\{a_n\}$ と等比数列 $\{b_n\}$ について

$S_n=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$ となる和を求めるためには

$\{b_n\}$ の公比を r とするとき

S_n-rS_n ※ ずらして引く

部分分数分解

第 k 項を差の形に ⇒ 和にすると隣り合う項が消える

※ 分数を差の形の恒等式にして確認しよう

$$\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{a}{2k-1}-\frac{b}{2k+1}$$

群数列

① もとの群に分けていないときの数列の性質
② 群の分け方の規則性（特に最初や最後の項）
③ 第 n 群の項数や最初にくる項を，n の式で表す

$1\sim(n-1)$ 群 | n 群

$\underbrace{\cdots\cdots\cdots\cdots}_{\text{項数の総和}}$ | ○，$\cdots\cdots\cdots$，△

もとの数列の□番

項数の総和 → ＋1