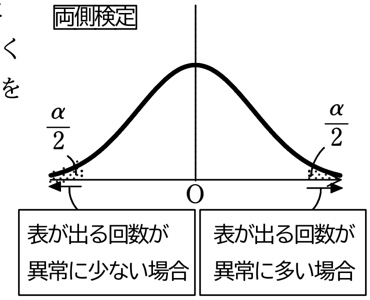
統計的な推測【両側検定・片側検定】　p.103〜104

１学習内容の説明 ⇒ ２問題演習 ⇒ ３振り返り（確認テスト・相互採点・リフレクションの記入）

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】両側検定を行うか、片側検定を行うか、状況を判断して考えよう

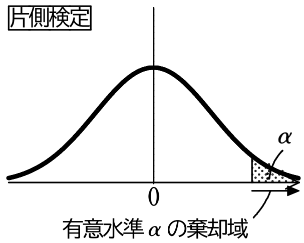
前回の例２３では，「コインは表と裏の出やすさに偏りがあると判断してよいか」という仮説に対して，表が出る回数が異常に大きくても，また，異常に小さくても，仮説が棄却されるように，棄却域を両側にとっている。このような検定を **両側検定** という。



これに対し，次の例のように棄却域を片側にとる検定を **片側検定** という。

例２４） ある種子の発芽率は従来 60 %であったが，それを発芽しやすいように品種改良した新しい種子から無作為に 150 個を抽出して種をまいたところ，101 個が発芽した。品種改良によって発芽率が上がったと判断してよいかを，有意水準 5 %で検定してみよう。

品種改良した新しい種子の発芽率を p とする。品種改良によって発芽率が上がったなら，$p>0.6$ である。ここで，「品種改良によって発芽率は上がらなかった」，すなわち $p=0.6$ という仮説を立てる。この仮説が正しいとすると，150 個のうち発芽する種子の個数 X は，二項分布 $B(150,\ 0.6)$ に従う。



X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=150\times0.6=90,\qquad \sigma=\sqrt{150\times0.6\times0.4}=6$$

よって，$Z=\dfrac{X-90}{6}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(0\leqq Z\leqq 1.64)=0.45$ であるから，

有意水準 5 %の棄却域は　　$Z\geqq 1.64$

・片側だけ考えるので、$0.5-0.05=0.45$ となるところを考える

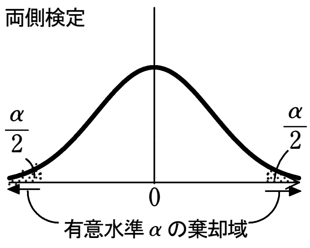
発芽率が異常に高い場合のみ考える

・$p(1.64)=0.44950$
$p(1.65)=0.45053$ なので

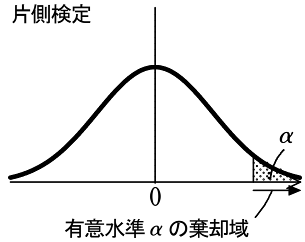
$X=101$ のとき $Z=\dfrac{101-90}{6}=1.83\cdots$ であり，

この値は棄却域に入るから，仮説は棄却できる。

すなわち，品種改良によって発芽率が上がったと判断してよい。終



例２３では，「コインの表と裏の出やすさに偏りがあるか」，すなわち，「表が出やすい」場合と「裏が出やすい」場合の両方の可能性を考えている。そのため，立てた仮説 $p=0.5$ に対して，標本から得られた結果がどちらの方に異常な値になっても仮説が棄却されるように，棄却域を両側にとる両側検定を用いている。



これに対し，例２４では，品種改良によって種子の発芽率が「上がった」場合の可能性のみを考えていて，「下がった」場合の可能性についてはそもそも考えない。そのため，立てた仮説 $p=0.6$ に対して，標本から得られた結果が異常に大きい場合にのみ仮説が棄却されるように，棄却域を片側にとる片側検定を用いている。

統計的な推測【両側検定・片側検定】　p.103～104

◎ 片側検定と両側検定を行うときはどんなとき？

例）ある母集団の平均が l で，改善した新母集団の平均を m，標準偏差を σ とする。
この新母集団から大きさ n の標本を抽出し，標本平均 α とする。
この標本で改善されたか？有意水準５％で検定せよ。

【左片側検定】… $\alpha < l$

改善した結果，新母集団の**平均は減ったか**？

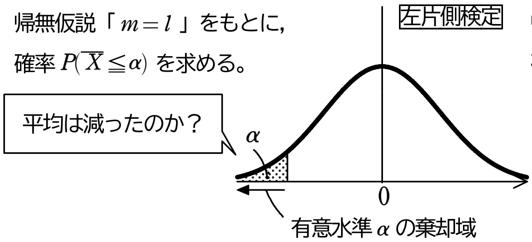
帰無仮説を「 $m = l$ 」

対立仮説を「 $m < l$ 」

左片側の仮説検定を行う。

帰無仮説「 $m = l$ 」をもとに，

確率 $P(\overline{X} \leqq \alpha)$ を求める。



【右片側検定】… $\alpha > l$

改善した結果，新母集団の**平均は増えたか**？

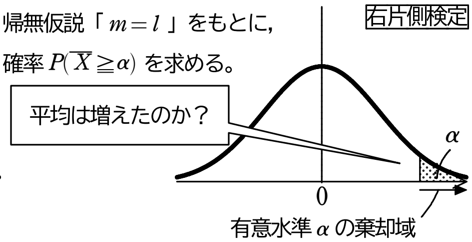
帰無仮説を「 $m = l$ 」

対立仮説を「 $m > l$ 」

右片側の仮説検定を行う。

帰無仮説「 $m = l$ 」をもとに，

確率 $P(\overline{X} \geqq \alpha)$ を求める。



主張したい対立仮説「 $m > l$ 」に対して，
帰無仮説は「 $m \leqq l$ 」にはならないの？

・母集団から「平均が増えた」「平均が伸びた」などを判断する場合は平均が減ることを想定しません。
　つまり「 $m < l$ 」は扱いません。
　そのため「 $m = l$ 」として論理を進めます。

・同様に，対立仮説が「 $m < l$ 」の場合も，帰無仮説は「 $m \geqq l$ 」とはならず「 $m = l$ 」として論理を進めます。

右片側検定のとき，
$P(\overline{X} = \alpha)$ ではだめなの？

・標本以上の期待される量（増えた，伸びた）を想定した確率を出すようにしています。

・また， $P(\overline{X} = \alpha)$ のような等号の確率は，連続型の確率密度関数では $P(\overline{X} = \alpha) = 0$ と常に０になり判断できないのです。

例）ある製品の性質の平均の基準を l とする。平均を m，標準偏差を σ とする母集団から大きさ n の標本を抽出し，標本平均 α とする。この母集団は，製品の基準が保たれているか？
有意水準５％で検定せよ。

【両側検定】

母集団の基準は保たれているか？

帰無仮説は基準が保たれているとする
　「 $m = l$ 」

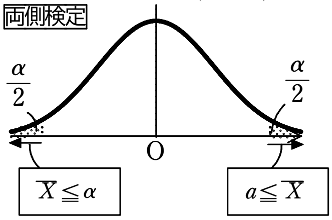
対立仮説は基準が保たれていないとする
　「 $m \fallingdotseq l$ 」

両側の仮説検定を行う。

帰無仮説「 $m = l$ 」をもとに，

1) $\alpha > l$ のとき，確率 $2P(\overline{X} \geqq \alpha)$ を求める。

2) $\alpha < l$ のとき，確率 $2P(\overline{X} \leqq \alpha)$ を求める。



「製品の基準が保たれているか」の仮説検定を行う場合，「基準は保たれている」の説明はできるの？

※「この製品が保たれている」とは「母平均 $m = l$ 」を意味する

・帰無仮説「基準は保たれていない $m \fallingdotseq l$ 」
　対立仮説「基準は保たれている $m = l$ 」
　とするとき，帰無仮説のもとで論理が進められなくなり
　「判断できない」となる

・帰無仮説「基準は保たれている $m = l$ 」
　対立仮説「基準は保たれていない $m \fallingdotseq l$ 」
　とするとき，帰無仮説を棄却する場合は対立仮説を採用し
　「基準は保たれていない」，
　棄却できない場合は「判断できない」となる

・いずれにしても「製品の基準は保たれている」ことを判断するためには，母集団の分布を完全に把握する必要があるので説明は難しい。