統計的な推測【確率変数の期待値】　p.54～56

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り（確認テスト・相互採点・リフレクションの記入）

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】期待値を求められるようになろう

□確率変数の期待値

1000 本のくじがあり，その賞金および本数は右の表のようになっている。

	賞 金	本 数
1 等	10000 円	1 本
2 等	1000 円	5 本
3 等	100 円	50 本
はずれ	0 円	944 本
計		1000 本

このくじを 1 本引くとき，期待できる賞金の額を考えてみよう。

このくじ 1000 本の賞金の総額は

$$10000\cdot1+1000\cdot5+100\cdot50+0\cdot944$$

である。これを，くじの総数で割ると

$$\frac{1}{1000}(10000\cdot1+1000\cdot5+100\cdot50+0\cdot944)=20 \quad \cdots\cdots ①$$

となる。この値は，くじ 1 本あたりの賞金額の平均である。

すなわち，くじを 1 本引くときに期待できる賞金額は 20 円と考えられる。

このことは，次のように考えることもできる。

このくじを 1 本引くときに得る賞金を X 円とすると，確率変数 X の確率分布は次の表のようになる。

X	10000	1000	100	0	計
P	$\frac{1}{1000}$	$\frac{5}{1000}$	$\frac{50}{1000}$	$\frac{944}{1000}$	1

縦に掛けて
横に足す

ここで，等式 ① を分配して整理すると，次のように書き表すこともできる。

$$10000\cdot\frac{1}{1000}+1000\cdot\frac{5}{1000}+100\cdot\frac{50}{1000}+0\cdot\frac{944}{1000}=20$$

したがって，この等式の左辺は，賞金の額とそれが当たる確率の積をすべて加えたものになっていることがわかる。

確率変数 X の確率分布が下の表で与えられているとする。

X	x_1	x_2	$\cdots\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots\cdots$	p_n	1

縦に掛けて
横に足す

このとき

$$x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n=\sum_{k=1}^{n}x_kp_k$$

期待値は数学Aでも出てきたが
$E(X)$ や Σ を用いてはいなかった

を，X の **期待値** または **平均** といい，$\boldsymbol{E(X)}$ または $\boldsymbol{m}$ で表す*。

$E(X)$ の E は，
期待値を意味する英語
expectation の頭文字である。
m は平均を意味する英語
mean の頭文字である。

確率変数の期待値

$$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n=\sum_{k=1}^{n}x_kp_k$$

期待値（平均）は、「確率分布の中心を示すもの」

統計的な推測【確率変数の期待値】　p.54〜56

例1）　2枚の硬貨を同時に投げるとき，表が出る硬貨の枚数 X の期待値を求める。

X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

よって，X の期待値 $E(X)$ は

$$E(X)=0\cdot\frac{1}{4}+1\cdot\frac{2}{4}+2\cdot\frac{1}{4}=1$$

縦に掛けて
横に足す

終

例2）　1個のさいころを投げるとき，出る目 X の期待値を求める。

X の確率分布は，次の式で表される。

$$P(X=k)=\frac{1}{6}\quad (k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 6)$$

確率分布を式で表すこともある。

よって，X の期待値 $E(X)$ は

$$E(X)=\sum_{k=1}^{6}\left(k\cdot\frac{1}{6}\right)$$
$$=\frac{1}{6}\sum_{k=1}^{6}k$$
$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 7$$
$$=\frac{7}{2}$$

終

$E(X)=\sum_{k=1}^{n}x_kp_k$ で
$n=6$，$x_k=k$，$p_k=\frac{1}{6}$ とみる

Σの公式 $\sum_{k=1}^{n}k=\frac{1}{2}n(n+1)$

表でかくと…

X	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$$E(X)=1\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}+4\cdot\frac{1}{6}+5\cdot\frac{1}{6}+6\cdot\frac{1}{6}$$
$$=\frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)$$
$$=\frac{1}{6}\cdot 21$$
$$=\frac{7}{2}$$