

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り(確認テスト・相互採点・リフレクションの記入)

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】確率分布を求められるようになるろう

□確率変数と確率分布

2 枚の硬貨を同時に投げるとき、表と裏の出方には

(表, 表), (表, 裏), (裏, 表), (裏, 裏)

の4通りの場合がある。

この試行において、表が出る硬貨の枚数を X とすると、 X のとりうる値は、0, 1, 2 であり、 X がこれらの各値をとる確率は、右の表のようになる。

X	0	1	2	計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

この X のように、試行の結果によってその値が定まり、各値に対応して確率が定まるような変数を **確率変数** という。

確率変数は、「とってみたいとわからない、とるたびに異なる値のこと」

一般に、確率変数 X のとりうる値が x_1, x_2, \dots, x_n であり、それぞれの値をとる確率が p_1, p_2, \dots, p_n であるとき、次が成り立つ。

$$p_1 \geq 0, p_2 \geq 0, \dots, p_n \geq 0$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

X	x_1	x_2	x_n	計
P	p_1	p_2	p_n	1

和が1となる

確率変数 X のとりうる値とその値をとる確率との対応関係は、上の表のように書き表される。この対応関係を、 X の **確率分布** または **分布** といい、確率変数 X はこの分布に **従う** という。

分布は、「ばらつきをもった集団の姿形」

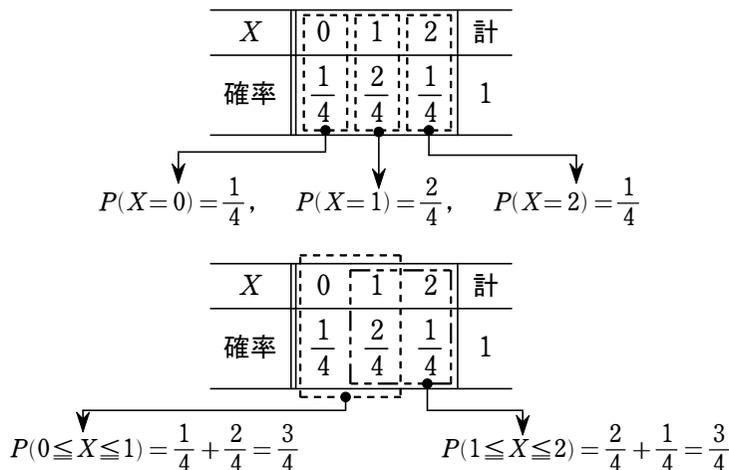
確率変数 X が値 a をとる確率を $P(X=a)$ で表す。

確率変数 X が a のときの確率

また、 X が a 以上 b 以下の値をとる確率を $P(a \leq X \leq b)$ で表す。

確率変数 X が a から b までのときの確率

先ほどの硬貨を投げる例の確率変数 X については、次のようになる。



□確率分布の求め方

例題1) 白玉2個と黒玉3個の入った袋から、3個の玉を同時に取り出すとき、出る白玉の個数を X とする。 X の確率分布を求めよ。

全事象は区別をなくして
5個から3個選ぶこと
 ${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$

解答) X のとりうる値は、0, 1, 2である。
各値について、 X がその値をとる確率を求めると

$$P(X=0) = \frac{{}_3C_3}{{}_5C_3} = \frac{1}{10}$$

黒玉3個から3個選ぶこと ${}_3C_3 = 1$

$$P(X=1) = \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_2}{{}_5C_3} = \frac{6}{10}$$

白玉2個から1個、黒玉3個から2個選ぶこと
 ${}_2C_1 \times {}_3C_2 = {}_2C_1 \times {}_3C_1 = 2 \times 3 = 6$

和を計算・確認しやすくするために約分はせずに

$$P(X=2) = \frac{{}_2C_2 \times {}_3C_1}{{}_5C_3} = \frac{3}{10}$$

よって、 X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

練習2) 2個のさいころを同時に投げて、出る目の和を X とする。 X の確率分布を求めよ。

2個のさいころと言えば表で処理

さいころの出る目と目の和を表にまとめると右のようになる。

X のとりうる値は

2, 3, 4, ……., 11, 12

である。

各値について、 X がその値をとる確率を求めると、 X の確率分布は次の表のようになる。

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1