確認 逆・裏・対偶の確認

◇◆◇ 逆・裏・対偶の関係 ◇◆◇

もとの命題 $p \Rightarrow q$
（真偽どちらでもよい）

逆

命題 $q \Rightarrow p$
（もとの命題との真偽の一致は不明）

裏　対偶　裏

命題 $\overline{p} \Rightarrow \overline{q}$
（もとの命題との真偽の一致は不明）

逆

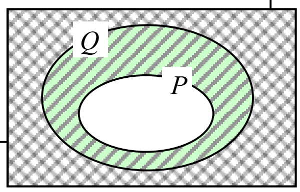
命題 $\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$
（もとの命題と真偽が一致する）

集合による真偽の確認

逆
$p \Rightarrow q$ が成り立つとは
$P \subset Q$ となること
$q \Rightarrow p$ が成り立つとは
$Q \subset P$ となること
$P \subset Q$ であったとしても,
$Q \subset P$ であるとは限らない

裏
$p \Rightarrow q$ が成り立つとは
$P \subset Q$ となること
$\overline{p} \Rightarrow \overline{q}$ が成り立つとは
$\overline{P} \subset \overline{Q}$ となること
$P \subset Q$ であったとしても,
$\overline{P} \subset \overline{Q}$ であるとは限らない

対偶
$p \Rightarrow q$ が成り立つとは $P \subset Q$ となること
$\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$ が成り立つとは $\overline{Q} \subset \overline{P}$ となること
これは一致する



◇◆◇ 対偶証明法 ◇◆◇

ある命題を証明するかわりにその対偶を証明する方法。直接証明するのが難しいときに有効

注意　否定をとるときの言葉の変化に注意しよう

・「かつ」を否定すると「または」に変化するように，対応する言葉があります。
　またド・モルガンの法則による表現の変化などに注意しよう。

「すべての人が冷蔵庫をもっている」　←否定→
「(ある人は冷蔵庫をもっていないなので) 冷蔵庫をもっていない人が少なくとも一人いる」
「身長が 160cm 以上かつ体重が 50kg 以上」 ←否定→ 「160cm 未満または体重が 50kg 未満」
「$a=0$ または $b=0$」　←否定→　「$a \neq 0$ かつ $b \neq 0$」
「a, b の少なくとも１つは３でない($a \neq 3$ または $b \neq 3$)」　←否定→　「$a=3$ かつ $b=3$」
「すべての x について $x^2>0$」　←否定→　「ある x について $x^2 \leqq 0$」
「$x^2>1$ ならば $x>1$」　←否定→　「$x^2>1$ であって $x \leqq 1$ をみたす x が存在する」
（※ 「(すべての x について) $p \Rightarrow q$」の否定は「ある x について $(p \Rightarrow q)$ でない」であり,
　「ある x について p かつ $\overline{q}$」を示すこととなる。