順列・組合せの基本事項の確認

★ 順列・組合せの基本はしっかりおぼえておこう！

■■□ 基本の公式一覧 □■■

順列～異なる○個のものから△個**選んで１列に並べる**

$${}_{\bigcirc}\mathrm{P}_{\triangle}=\bigcirc\cdot(\bigcirc-1)\cdot(\bigcirc-2)\cdots\cdots(\bigcirc-\triangle+1)$$

階乗～異なる△個を**１列に並べる**

$$\triangle!=\triangle\cdot(\triangle-1)\cdot(\triangle-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1$$

円順列～異なる○個のものを**円形に**並べる

$$(\bigcirc-1)!$$

重複順列～異なる○個のものから**重複を許して**

△個取って１列に並べる

n^r ←公式に頼らないでよい

組合せ～異なる○個のものから△個**選ぶ**

$${}_{\bigcirc}\mathrm{C}_{\triangle}=\frac{{}_{\bigcirc}\mathrm{P}_{\triangle}}{\triangle!}=\frac{\bigcirc\cdot(\bigcirc-1)\cdot(\bigcirc-2)\cdots\cdots(\bigcirc-\triangle+1)}{\triangle\cdot(\triangle-1)\cdot(\triangle-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

特に ${}_{\bigcirc}\mathrm{C}_{\triangle}={}_{\bigcirc}\mathrm{C}_{\bigcirc-\triangle}$，${}_{\bigcirc}\mathrm{C}_{1}=\bigcirc$，${}_{\bigcirc}\mathrm{C}_{\bigcirc}={}_{\bigcirc}\mathrm{C}_{0}=0$

同じものを含む順列～同じもの，区別がつかないものが

○個(○組)，△個(△組)，□個(□組)，…あるとき

$$\frac{(\text{並び方の総数})}{\bigcirc!\cdot\triangle!\cdot\square!\cdots}$$

（ただし○＋△＋□＋…＝総数）

区別がつかないものが複数あればその個数の階乗で割る

重複組合せ

～異なる□個のものから**重複を許して**△種類選ぶ

⇒□個の○を並べて △-1本の境目を考える

※「選ばれないものがあってはいけない」ときや「自然数」のときなど必ず１個は振り分ける必要がある場合は、先に配って残りを分けよう

以下は基本的な問題です。条件から、どの考え方を利用すれば良いかイメージできるようにしておこう

特別な所（条件がある所）から考えていこう

・６人から３人を選んで１列に並べる → ${}_6\mathrm{P}_3=6\cdot5\cdot4=120$ (通り)

・６人のうち，２人が男，４人が女のとき

女４人から２人選んで並べる ${}_4\mathrm{P}_2$

女２人が両端に座る → 女 ○○○○ 女 → ${}_4\mathrm{P}_2\times4!=4\cdot3\times4\cdot3\cdot2\cdot1=288$

↑残り４人を一列に 4!

↓男２人を１列に並べる 2!

男２人が隣り合って座る → ○○ $\boxed{\text{男男}}$ ○○ → $2!\times5!=2\cdot1\times5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=240$

↑残り４人と男１組の計５つを一列に 5!

・０～５の６つの数字から４つを選んで４桁の奇数をつくる

→

千	百	十	一
0と一の位以外	残り4個から２個		1or3or5

（一 千 百十） → $4\times3\times{}_4\mathrm{P}_2=4\times3\times4\cdot3=144$

・６人全員が丸いテーブルに座る → $(6-1)!=5!=120$

・６人全員でジャンケンをする → $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3=3^6=729$

・６人から３人選ぶ → ${}_6\mathrm{C}_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$

残り５人から２人

最後は自動的に

・6人を3人，２人，１人の3組に分ける(区別がつく) → 少ない人数から選んで ${}_6\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_2\times1=6\times\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}\times1=60$

・6人を２人ずつ3組に分ける(区別がつかない) → 区別がつくとすると ${}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_2\times1=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times1=3\cdot5\times2\cdot3$

３組に区別がつかないので $\dfrac{{}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_2\times1}{3!}=\dfrac{3\cdot5\times2\cdot3\times1}{3\cdot2\cdot1}=15$

・赤玉３個，白玉２個，青玉１個を１列に並べる → $\dfrac{6!}{3!\cdot2!\cdot1!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3!}{3!\cdot2\cdot1}=60$

・最短経路問題 → 道順を矢印にして「同じものを含む順列」で処理（通過点があるときは細分化してそれぞれ求め、積の法則で処理）

・柿、蜜柑、林檎、桃を合わせて6個買う → ○が６個と境目｜が3本，計9個の同じものを含む順列として処理

※ 少なくとも1個ずつ買う場合は先に3個を配って，残り○３個と境目｜が3本，計6個の同じものを含む順列に

問題集などで少し複雑な問題も練習して、いろいろな出題形式に慣れるようにしよう