1次不定方程式の鉄則

★1次不定方程式は次の手順をおって進めていこう。

例題 344x+149y=1 の整数解をすべて求めよ

1 整数解(式が成り立つ値)を一組求める

数値を代入して探す

※ 係数が1桁ぐらいなら可能

ユークリッドの互除法を用いる

※ 教科書の方法

※ 計算が長くなるので注意が必要

筆算+順行表を用いる

※ どんな係数でも OK だが 特殊な方法

整除法

(式を分数に整理し値を絞り込む) ※ 2桁ぐらいまで。 それより大きいと大変

2 2式の差をとり、「=0」の形にする

344x + 149y = 1 ... 1

整数解の1つはx=-68, y=157なので

 $344 \cdot (-68) + 149 \cdot 157 = 1 \quad \cdots \bigcirc$

①—② $\downarrow l$) 344(x+68)+149(y-157)=0

 $344 \cdot x + 149 \cdot y = 1$ -) $344 \cdot (-68) + 149 \cdot 157 = 1$

 $344 \cdot (x+68) + 149 \cdot (y-157) = 0$

3 「 $O = \Delta$ 」の形に変形する

 $t + 5 = -149(y-157) \cdots 3$

4 係数が互いに素であることから、 x の倍数を特定し一般解を出す

344と149は互いに素であるから,

x+68は149の倍数である。

よってkを整数として,x+68=149kと表される。

 \therefore x = 149k - 68 (k は整数)

「2数が互いに素になること」や 「k (n) は整数」に触れよう

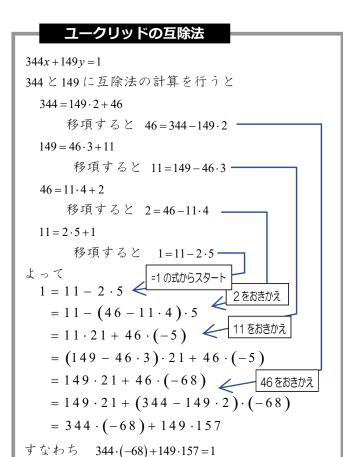
5 グの一般解を求める

x+68=149k を③に代入すると

 $344 \cdot 149k = -149(y - 157)$

したがって, 求める整数解は

x = 149k - 68, y = -344k + 157 (k は整数)



整除法

例)
$$25x+17y=1$$
 $17y=1-25x$

**
$$y = \frac{1-25x}{17}$$
のまま行うと

1-25xは17の倍数なので

1 - 25x	17	3 4	5 1	68	8 5
-25x	16	3 3	5 0	67	8 4
x	×	×	- 2	×	×
У			3		

ゆえに整数解の1つはx=-2, y=3

と変形すると1-8x は17 の倍数なので

1-8x	17	3 4	5 1	68	8 5
-8x	1 6	3 3	5 0	67	8 4
X	- 2	×	×	×	X
У	$\frac{17}{17} - (-2) = 3$				

ゆえに整数解の1つはx=-2, y=3

筆算+順行表

ゆえに整数解の1つはx = -68, y = 157

筆算

- ①344÷149を筆算で行う
- ②余り46で149を割る

余りが1になるまで繰り返す

 $\begin{array}{c}
5 & 4 & 3 & 2 \\
2)11)46)149)344 \\
\underline{10} & 44 & 138 & 298 \\
1 & 2 & 11 & 46
\end{array}$

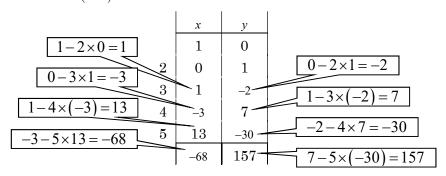
順行表

① xの係数が大きいので

 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ を書き込む(詳しい設定方法は別紙のまとめプリントを参照のこと)

②[n 行の係数]

=[(n-2)行の係数]-[(n-1)行の係数×商]を行い、商がなくなるまで繰り返す



ゆえに整数解の1つはx = -68, y = 157