

確認 グラフのかき方のまとめ

■ $y = f(x)$ の形 (陽関数) のグラフのかき方のまとめ

関数 $y = f(x)$ のグラフの概形をかくには、次のようなことを調べる。

- ① 定義域
- ② 対称性・周期性 (y 軸、原点など)
- ③ 関数の増減, 極値 (増減表で!)
- ④ 凹凸, 変曲点
- ⑤ 漸近線
- ⑥ 座標軸との共有点

対称性

対称性は、関数 $f(x)$ について成り立つ等式で判断できる。

- [1] $f(-x) = f(x)$ が常に成り立つとき、曲線 $y = f(x)$ は y 軸に関して対称【偶関数】
- [2] $f(-x) = -f(x)$ が常に成り立つとき、曲線 $y = f(x)$ は原点に関して対称【奇関数】

点

x を $-x$ とおいても同じに $\rightarrow y$ 軸に関して対称
 y を $-y$ とおいても同じに $\rightarrow x$ 軸に関して対称



両方だと \rightarrow 原点に関して対称

漸近線

関数 $y = f(x)$ のグラフに関して、次のことが成り立つ。

- [1] $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ または $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ のとき、

直線 $y = a$ は漸近線である。

- [2] $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x), \lim_{x \rightarrow c-0} f(x)$ のうち、

少なくとも 1 つが ∞ または $-\infty$ であるとき、

直線 $x = c$ は漸近線である。

- [3] $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - (ax + b)\} = 0$ または

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \{f(x) - ax\} \text{ で求めることができる}$$



$\lim_{x \rightarrow -\infty} \{f(x) - (ax + b)\} = 0$ であるとき、直線 $y = ax + b$ は漸近線である。

■ $F(x, y) = 0$ の形 (陰関数) のグラフのかき方のまとめ

$y = f(x)$ の形に変形して陽関数のかき方をもとにグラフをかく。

その際 $f(x)$ が複数の式から構成される場合は **対称性** に注目して効率よくかくようにしてみよう

■ $x = f(\theta), y = g(\theta)$ の形 (媒介変数表示) のグラフのかき方のまとめ

θ を消去できる場合 \rightarrow 陽関数のかき方・陰関数のかき方に帰着させる

θ を消去できない場合 \rightarrow 媒介変数のままかく!

θ の値の変化に伴う $x = f(x), y = g(x)$ の増減をそれぞれで調べて、
表にまとめることで点 (x, y) の動きを追おう!

■ 代表的な関数のグラフ

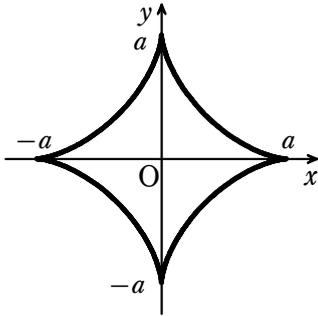
他のものなど、詳しくは数学Cの「いろいろな曲線の確認」のプリントで

【媒介変数編】

● アステロイド

表記方法

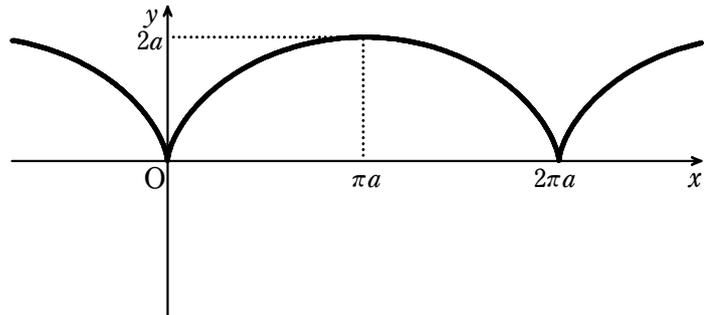
- $\begin{cases} x = a \cos^3 \theta \\ y = a \sin^3 \theta \end{cases}$
- $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{a^2}$
- $(a^2 - x^2 - y^2)^3 = 27a^2 x^2 y^2$



● サイクロイド

表記方法

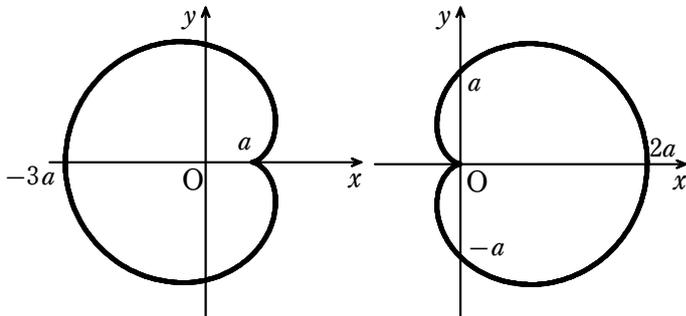
- $\begin{cases} x = a(\theta - \sin \theta) \\ y = a(1 - \cos \theta) \end{cases}$



● カージオイド

表記方法

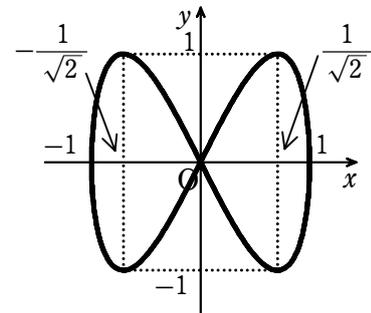
- $\begin{cases} x = a(2 \cos \theta - \cos 2\theta) \\ y = a(2 \sin \theta - \sin 2\theta) \end{cases}$
- 極方程式 $r = a(1 + \cos \theta)$



● リサージュ ($a=1, b=2$ のとき)

表記方法

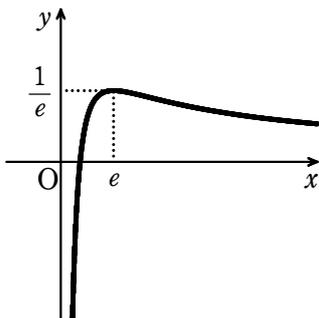
- $\begin{cases} x = \sin \theta \\ y = \sin 2\theta \end{cases}$



【極限と関連編】

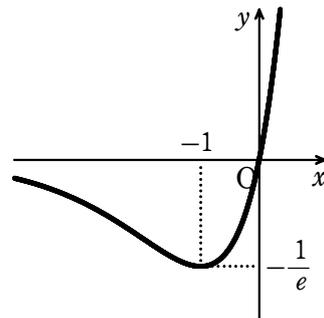
● $y = \frac{\log x}{x}$

有名な極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$



● $y = xe^x$

有名な極限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$



● $y = xe^{-x}$

有名な極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$

