確認 点と直線の確認

➔ 座標平面上の2点間の距離

2点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ と原点 $O(0,0)$ について

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

➔ 内分点・外分点・中点・重心の座標

$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ $C(x_3, y_3)$
線分 AB を $m:n$ に内分する点を P，外分する点を Q
線分 AB の中点を M，△ABC の重心を G とすると

内分点 $P\left(\dfrac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \dfrac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$

外分点 $Q\left(\dfrac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \dfrac{-ny_1 + my_2}{m-n}\right)$

内分点の公式とほぼ同じ。比率の小さい方にマイナスをつけるとよい

中点 $M\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$ 重心 $Q\left(\dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \dfrac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

➔ 三角形の形状問題

三辺の長さを求める ⇒ 3辺の長さの関係を調べる

・等しい辺があるか
・三平方の定理が成り立つか

※ 結果について，どの辺とどの辺が等しいかや直角になる角はどこかなどきっちり示すこと！

➔ 直線の方程式（通る1点と傾き）

点(a, b)を通り…

傾き m の直線 $y - b = m(x - a)$

傾き m
通る点 (a, b)

x 軸に垂直な直線 $x = a$

➔ 直線の方程式（通る2点）

異なる2点(x_1, y_1),(x_2, y_2)を通り…

$x_1 \neq x_2$ のとき $y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
（2点の x 座標が異なるとき）

$x_1 = x_2$ のとき $x = x_1$
（2点の x 座標が同じとき）

➔ 2直線の平行と垂直

２直線の平行・垂直は傾きに注目！

２直線 $y = m_1x + n_1$，$y = m_2x + n_2$
平行 ⇔ 傾きが等しい ⇔ $m_1 = m_2$
垂直 ⇔ 傾きの積が－１ ⇔ $m_1m_2 = -1$

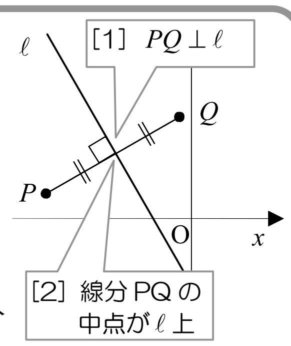
２直線 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ の平行・垂直

平行 ⇔ $-\dfrac{a_1}{b_1} = -\dfrac{a_2}{b_2}$ ⇔ $a_1b_2 = a_2b_1$

垂直 ⇔ $\left(-\dfrac{a_1}{b_1}\right) \times \left(-\dfrac{a_2}{b_2}\right) = -1$ ⇔ $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

➔ 線対称（垂直二等分線）

直線 ℓ について，
点Ｐと点Ｑが対称
⇕
① 直線PQは ℓ に垂直
② 線分PQの中点が上にある



点 P と対称な点を $Q(p, q)$ とすると
① 直線 ℓ と直線 PQ の傾きの積が -1
② 線分 PQ の中点の座標を ℓ の式に代入
③ ①②から得られた連立方程式を解く

➔ 点と直線の距離

点(s, t)と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d は

$$d = \frac{|as + bt + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

一般形への変形を忘れないこと

➔ 2直線の交点を通る直線

$$a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0 \quad (k\text{は定数})$$

① 与えられた２直線から、上の式のようにおく
② ①で作った式に、通る点の座標を代入して k の値を求める
③ ②で求めた k の値を①で作った式に代入して整理する

➔ 定点を通る直線群

① 与えられた式を $a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$ の形に整理
② 前半部分の式と後半部分の式で連立方程式を作り解く

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

③解いたものが定点の座標となるので、問題に応じて活用する

➔ 三角形の面積

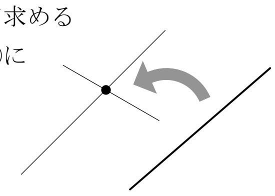
解法Ａ 『２点間の距離』と『点と直線の距離』で（底辺）×（高さ）÷2
解法Ｂ 三角形を含む長方形から、余分な直角三角形を除く
解法Ｃ 軸に平行な直線で三角形を分割する
解法Ｄ $O(0,0)$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ のとき $\triangle OAB = \dfrac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$

※ 与えられた頂点の中に、原点が含まれないとき
→ 頂点の一つが原点にくるように、三角形を平行移動！

➔ 3直線が１点で交わる条件（共点条件）

２直線の交点が第３の直線上にあることを示せ！

① ２直線①、②の交点を連立して求める
② ①で求めた交点の座標を直線③に代入して整理する



➔ 3点が同じ直線上にある条件（共線条件）

２点を通る直線上に第３の点があることを示せ！

① ２点 A、B を通る直線の方程式を求める
② 点 C の座標を①で求めた方程式に代入して整理する