確認 三角関数の方程式・不等式の鉄則（単位円編）

★ 基本から一つ一つ解けるようになっていこう

STEP1　１次方程式

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$ を解け

解答

① 与式の整理

$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

② 条件の範囲の確認
（ガイドを付ける・なぞる）

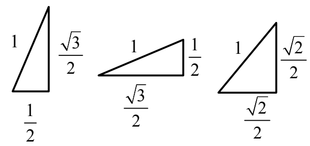
③ $\sin\theta$ は s 軸と、$\cos\theta$ は c 軸と
交わるように垂線を引く。

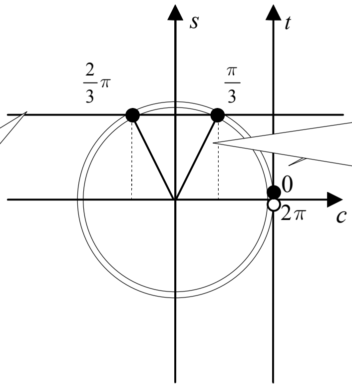
$\dfrac{1}{2}$ は軸よりに　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ は円端よりに

④ 直角三角形を吟味して θ の
大きさを考える

縦長→$\dfrac{\pi}{3}$　横長→$\dfrac{\pi}{6}$

等長→$\dfrac{\pi}{4}$ を基本に





$\theta = \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{2}{3}\pi$

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ を解け

解答

① 与式の整理

$\tan\theta = -\sqrt{3}$

② 条件の範囲の確認
（ガイドを付ける・なぞる）

$\tan\theta$ は $\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{2}\pi$ に白丸

③ $\tan\theta$ は t 軸に目盛を取り、
原点を通るように引く

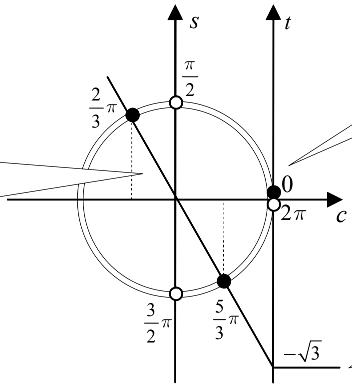
± 1 は円と等しく

$\pm\sqrt{3}$ は円の外側

$\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ は円の内側

④ 直角三角形を吟味して
θ の大きさを考える。

縦長→$\dfrac{\pi}{3}$　横長→$\dfrac{\pi}{6}$　等長→$\dfrac{\pi}{4}$
を基本に



$\theta = \dfrac{2}{3}\pi, \dfrac{5}{3}\pi$

STEP２　１次不等式

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$2\cos\theta - \sqrt{2} < 0$ を解け

解答

① 与式の整理

$\cos\theta < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

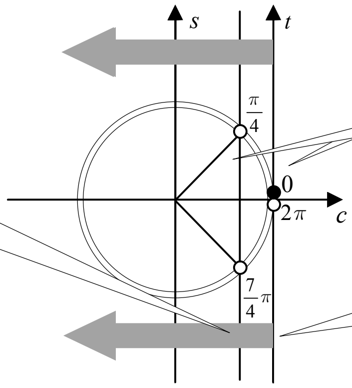
② 条件の範囲の確認
（ガイドを付ける・なぞる）

③ $\sin\theta$ は s 軸と、$\cos\theta$ は c 軸と
交わるように垂線を引く。

④ 直角三角形を吟味して θ の
大きさを考える

④ 問題の不等号に注目し、
丸と矢印を付ける
等号有→●　等号無→○
矢印で範囲の確認

⑥ 範囲を読み取り答えを出す
（条件の範囲のスタートからゴール
までをたどってみる）



$\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{7}{4}\pi$

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\tan\theta + 1 \geqq 0$ を解け

解答

① 与式の整理

$\tan\theta = -1$

② 条件の範囲の確認
（ガイドを付ける・なぞる）

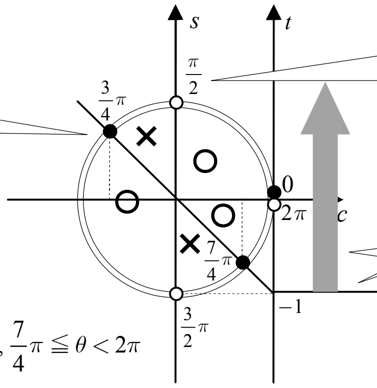
$\tan\theta$ は $\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{2}\pi$ に白丸

③ $\tan\theta$ は t 軸に目盛を取り、
原点を通るように引く

④ 問題の不等号に注目し、
丸と矢印を付ける
等号有→●　等号無→○
矢印で範囲の確認

⑤ 直角三角形を吟味して
θ の大きさを考える。

⑥ 範囲を読み取り答えを出す
（条件の範囲のスタートからゴール
までをたどってみる。$\tan\theta$ は②④の
丸の間が交互に）



$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{4}\pi \leqq \theta < \dfrac{3}{2}\pi, \dfrac{7}{4}\pi \leqq \theta < 2\pi$

STEP３ ２次方程式

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$ を解け

① 与式の整理
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ で三角関数の統一！
あとは２次方程式と見て計算を

解答

$2(1-\cos^2\theta) - 3\cos\theta = 0$

$2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 2 = 0$

$(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 2) = 0$

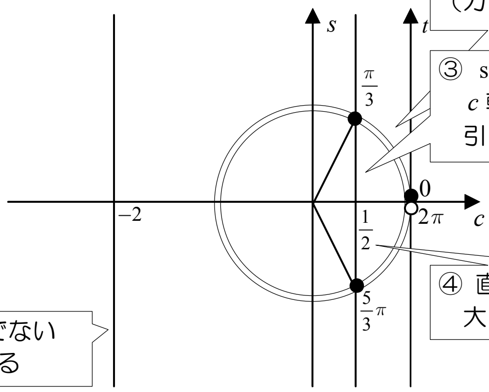
$\cos\theta = \frac{1}{2}, -2$

$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ なので

$\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$

⑤ 単位円と交わらないときは、理由にふれておこう

※ 交点がでないこともある



② 条件の範囲の確認
（ガイドを付ける・なぞる）

③ $\sin\theta$ は s 軸と、$\cos\theta$ は c 軸と交わるように垂線を引く。

④ 直角三角形を吟味して θ の大きさを考える

STEP４ ２次不等式

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$2\cos^2\theta \leqq \sin\theta + 1$ を解け

① 与式の整理
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ で三角関数の統一！
あとは２次不等式と見て計算を

解答

$2(1-\sin^2\theta) \leqq \sin\theta + 1$

$2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 \geqq 0$

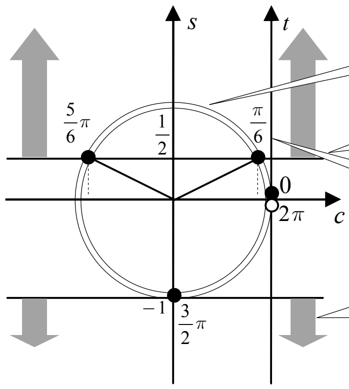
$(\sin\theta + 1)(2\sin\theta - 1) \geqq 0$

$\sin\theta \leqq -1,\ \frac{1}{2} \leqq \sin\theta$

$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ なので

$\theta = \frac{2}{3}\pi,\ \frac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \frac{5}{6}\pi$

⑥ 単位円と交わらないときは、理由にふれておこう



② 条件の範囲の確認
（ガイドを付ける・なぞる）

③ $\sin\theta$ は s 軸と、$\cos\theta$ は c 軸と交わるように垂線を引く。

④ 直角三角形を吟味して θ の大きさを考える

⑤ 問題の不等号に注目し、丸と矢印を付ける
等号有→●　等号無→○
矢印で範囲の確認

STEP５ 応用編

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を解け

① 範囲の吟味
式の構造をよく見て範囲を変形しておく

解答

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より

$0 \leqq 2\theta < 4\pi$

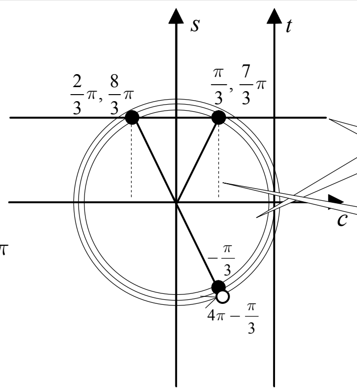
$-\frac{\pi}{3} \leqq 2\theta - \frac{\pi}{3} < 4\pi - \frac{\pi}{3}$

$2\theta - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{7}{3}\pi, \frac{8}{3}\pi$

$2\theta = \frac{2}{3}\pi, \pi, \frac{8}{3}\pi, 3\pi$

$\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4}{3}\pi, \frac{3}{2}\pi$

⑥ 出てきた大きさを式変形によってθの値へ変化させる



② 条件の範囲の確認
吟味した範囲をもとに、出発点や回転数を確認

③ $\sin\theta$ は s 軸と、$\cos\theta$ は c 軸と交わるように垂線を引く。

④ 直角三角形を吟味して θ の大きさを考える

※ 不等式でも基本的には同様

例題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，

$\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) > \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3} < 2\theta - \frac{\pi}{3} < \frac{2}{3}\pi,\ \frac{7}{3}\pi < 2\theta - \frac{\pi}{3} < \frac{8}{3}\pi$

$\frac{2}{3}\pi < 2\theta < \pi,\ \frac{8}{3}\pi < 2\theta < 3\pi$

$\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2},\ \frac{4}{3}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$