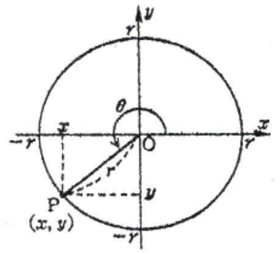
確認 三角関数の基本事項の確認

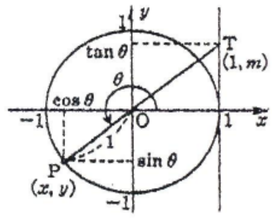
座標平面上において、x 軸の正の部分を始線とし、原点 O を中心とする半径 r の円と一般角 θ を表す動径との交点を $P(\ x, y\ )$ とするとき、一般角 θ の三角関数を

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\quad \cos\theta = \frac{x}{r},\quad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

とくに単位円($r=1$)のときは、

$$\cos\theta = x,\quad \sin\theta = y,\quad \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$





で、直線 OP と直線 $x=1$ との交点を $T(\ 1, m\ )$ とすると、

$$m = \tan\theta$$ である。

※特に $0,\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{2},\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{6}\pi,\ \pi$ などの三角関数の値は覚えておこう!

また単位円において、θ のとる範囲によって三角関数の値は次のように変わる。

$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ (鋭角)のとき $0 \leqq y \leqq 1,\ 0 \leqq x \leqq 1$ なので、$0 \leqq \sin\theta \leqq 1,\ 0 \leqq \cos\theta \leqq 1$ 、$\theta \neq 90$ で $\tan\theta$ は任意の値

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ (鈍角)のとき $0 \leqq y \leqq 1,\ -1 \leqq x \leqq 1$ なので、$0 \leqq \sin\theta \leqq 1,\ -1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ 、$\theta \neq 90$ で $\tan\theta$ は任意の値

$0^\circ \leqq \theta \leqq 360^\circ$ のとき $-1 \leqq y \leqq 1,\ -1 \leqq x \leqq 1$ なので、$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1,\ -1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ 、$\theta \neq 90, 180$ で $\tan\theta$ は任意の値

三角関数の象限ごとの符号は右の表のようになる。これは、sin は y 座標、cos は x 座標、tan は直線の傾きに着目することで判定することもできる。

象限	I	II	III	IV
$\sin\theta$	+	+	−	−
$\cos\theta$	+	−	−	+
$\tan\theta$	+	−	+	−

◎三角関数の相互関係

単位円上で三角関数を考えた場合、三角関数は $\cos\theta = x,\ \sin\theta = y,\ \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ となる。

また、三平方の定理を用いると $x^2 + y^2 = r^2$ となるので上記の式を代入すると $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ である。

さらに $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ の両辺を $\cos^2\theta$ で割ると $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + 1 = \frac{1}{\cos^2\theta}$ となり、

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ であるから $1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ となる。

まとめると

$$\boxed{\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta},\quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1,\quad 1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}}$$

「スイスでちょっとティータイム」
(sin) (cos) (tan)