



# 三角関数の基本事項の確認

座標平面上において、 $x$ 軸の正の部分の始線とし、原点 $O$ を中心とする半径 $r$ の円と一般角 $\theta$ を表す動径との交点を $P(x, y)$ とすると、一般角 $\theta$ の三角関数を

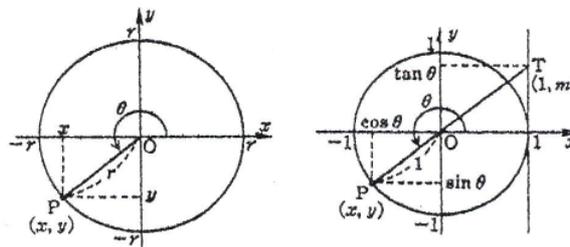
$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

とくに単位円( $r=1$ )のときは、

$$\cos \theta = x, \quad \sin \theta = y, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

で、直線 $OP$ と直線 $x=1$ との交点を $T(1, m)$ とすると、

$$m = \tan \theta \quad \text{である。}$$



※特に  $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{6}\pi, \pi$  などの三角関数の値は覚えておこう!

また単位円において、 $\theta$ のとり方によって三角関数の値は次のように変わる。

$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  (鋭角)のとき  $0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1$  なので、 $0 \leq \sin \theta \leq 1, 0 \leq \cos \theta \leq 1, \theta \neq 90$  で  $\tan \theta$  は任意の値

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  (鈍角)のとき  $0 \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1$  なので、 $0 \leq \sin \theta \leq 1, -1 \leq \cos \theta \leq 1, \theta \neq 90$  で  $\tan \theta$  は任意の値

$0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  のとき  $-1 \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1$  なので、 $-1 \leq \sin \theta \leq 1, -1 \leq \cos \theta \leq 1, \theta \neq 90, 180$  で  $\tan \theta$  は任意の値

三角関数の象限ごとの符号は右の表のようになる。

これは、sin は y 座標、cos は x 座標、tan は直線の傾きに着目することで判定することもできる。

象限	I	II	III	IV
sin $\theta$	+	+	-	-
cos $\theta$	+	-	-	+
tan $\theta$	+	-	+	-

## ◎三角関数の相互関係

単位円上で三角関数を考えた場合、三角関数は  $\cos \theta = x, \sin \theta = y, \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  となる。

また、三平方の定理を用いると  $x^2 + y^2 = r^2$  となるので上記の式を代入すると  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$  である。

さらに  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  の両辺を  $\cos^2 \theta$  で割ると  $\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  となり、

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{であるから} \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \text{となる。}$$

まとめると

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

「スイスでちょっとティータイム」  
(sin) (cos) (tan)

